



TESIS- SS142501

**COKRIGING PADA INTERPOLASI KONSENTRASI  
SULFUR DIOKSIDA (SO<sub>2</sub>) DAN NITROGEN DIOKSIDA (NO<sub>2</sub>)  
DI DKI JAKARTA**

**DEVY SETIYOWATI  
NRP.1313201714**

**DOSEN PEMBIMBING  
Dr.Sutikno, S.Si, M.Si**

**PROGRAM MAGISTER  
JURUSAN STATISTIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOVEMBER  
SURABAYA  
2015**



TESIS- SS142501

**COKRIGING INTERPOLATION OF SULPHUR  
DIOXIDE (SO<sub>2</sub>) AND NITROGEN DIOXIDE (NO<sub>2</sub>)  
CONCENTRATION IN DKI JAKARTA**

**DEVY SETIYOWATI**  
**NRP.1313201714**

**SUPERVISOR**  
**Dr.Sutikno, S.Si, M.Si**

**MAGISTER PROGRAM**  
**DEPARTMENT OF STATISTICS**  
**FACULTY OF MATHEMATICS AND NATURAL SCIENCE**  
**INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOVEMBER**  
**SURABAYA**  
**2015**

## KATA PENGANTAR

Puji syukur diberikan kepada Allah SWT yang telah melimpahkan segala anugerahNya sehingga laporan Tesis yang berjudul “ **Cokriging Pada Interpolasi Konsentrasi Sulfur Dioksida (SO<sub>2</sub>) Dan Nitrogen Dioksida (NO<sub>2</sub>) di DKI Jakarta**” dapat diselesaikan dengan baik dan tepat pada waktunya. Shalawat dan salam dikirimkan kepada Nabi Muhammad SAW atas keteladanannya kepada umat manusia.

Penyusunan Tugas Akhir ini tidak lepas dari partisipasi berbagai pihak yang telah banyak membantu. Oleh karena itu dengan segala hormat, penulis mengucapkan banyak terima kasih kepada:

1. Keluarga tercinta di Gresik, terutama Alm.Ayahanda atas segala doa dan perhatian yang luar biasa kepada penulis. Ini adalah hadiah terakhir persembahkan penulis kepada ayahanda, meskipun beliau tidak bisa mendampingi sampai akhir namun dalam proses pengerjaan Tesis beliau selalu mendukung penulis.
2. Bapak Dr. Muhammad Mashuri, MT selaku Ketua Jurusan Statistika ITS.
3. Bapak Dr. Sutikno, S.Si., M.Si selaku dosen pembimbing atas semua ide, perhatian, motivasi dan waktu yang diberikan sehingga Tesis ini dapat diselesaikan dengan baik.
4. Ibu Dr. Santi Wulan Purnami, S.Si., M.Si dan Ibu Dr. Irhamah, S.Si., M.Si selaku dosen penguji Tesis atas segala koreksi dan kritik kepada penulis.
5. Bapak Dr. Drs. Agus Suharsono, M.S selaku dosen wali penulis atas segala bimbingan kepada penulis selama perkuliahan.
6. Bapak Ano Herwana SE, Bapak Heru Kusharjanto MA, M.Eng, Ibu Dr. Tiodora Hadumaon Siagian, M.Pop.Hum.Res serta rekan kerja di Subdirektorat Statistik Lingkungan Hidup, BPS-RI atas segala inspirasi dan ilmu yang telah dicurahkan kepada penulis.
7. Rekan-rekan BPS Angkatan 7 atas segala kehangatan dan pengalaman berharga yang tidak bisa saya sebutkan satu per satu.
8. Keluarga besar H-4 atas segala inspirasi dan perhatiannya

Penulis berharap agar Tesis ini dapat bermanfaat bagi siapapun yang membutuhkan. Penulis mengharapkan saran dan kritik dari pembaca agar kedepannya menjadi lebih baik karena penulis sadar bahwa kesempurnaan hanya milikNya.

Surabaya, Februari 2015

Penulis

**COKRIGING PADA INTERPOLASI KONSENTRASI  
SULFUR DIOKSIDA (SO<sub>2</sub>) DAN NITROGEN DIOKSIDA (NO<sub>2</sub>)  
DI DKI JAKARTA**

**Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar  
Magister Sains (M.Si)**

**di  
Institut Teknologi Sepuluh November  
Oleh :**

**DEVY SETIYOWATI  
NRP. 1313 201 714**

**Tanggal Ujian : 30 Januari 2015  
Periode Wisuda : Maret 2015**

**Disetujui Oleh:**

  
**1. Dr. Sutikno, S.Si., M.Si  
NIP. 19710313 199702 1 001**

**(Pembimbing)**

  
**2. Dr. Santi Wulan Purnami, S.Si., M.Si  
NIP. 19720923 199803 2 001**

**(Penguji)**

  
**3. Dr. Irhamah, S.Si., M.Si  
NIP. 19780406 200112 2 002**

**(Penguji)**



**Direktur Pascasarjana**

  
**Prof. Dr. Ir. Adi Soeprijanto, MT.  
NIP. 19640405 199002 1 001**

# **COKRIGING PADA INTERPOLASI KONSENTRASI SULFUR DIOKSIDA (SO<sub>2</sub>) DAN NITROGEN DIOKSIDA (NO<sub>2</sub>) DI DKI JAKARTA**

Nama mahasiswa : Devy Setiyowati  
NRP : 1313 201 714  
Pembimbing : Dr.Sutikno, S.Si, M.Si

## **ABSTRAK**

Adanya kecenderungan pada peningkatan aktifitas penduduk (*anthropogenic*) di DKI Jakarta menimbulkan penurunan kualitas udara. Konsentrasi SO<sub>2</sub> dan NO<sub>2</sub> merupakan salah satu polutan yang mempengaruhi kualitas udara yang berasal dari kegiatan transportasi oleh kendaraan bermotor serta kegiatan industri. Upaya pengendalian dan evaluasi terhadap polutan tersebut dilakukan melalui pengukuran di beberapa lokasi strategis. Pengukuran konsentrasi SO<sub>2</sub> dan NO<sub>2</sub> dilakukan melalui proses panjang dan membutuhkan biaya yang mahal, sehingga tidak semua pengukuran kedua polutan tersebut dilakukan di seluruh wilayah DKI Jakarta. Oleh karena itu perlu dilakukan interpolasi terhadap kedua polutan tersebut dengan menggunakan metode cokriging. Cokriging merupakan metode estimasi yang meminimumkan varians galat estimasi dengan korelasi silang antara variabel primer dengan variabel sekunder. Semivariogram teoritis isotropi terbaik per bulan dengan nilai RSS terkecil untuk SO<sub>2</sub> paling banyak berbentuk model eksponensial. Untuk NO<sub>2</sub> paling banyak berbentuk model spherical. Sedangkan untuk *cross variogram* teoritis isotropi antara SO<sub>2</sub> dan NO<sub>2</sub> model terbaik per bulan paling banyak berbentuk linier. Untuk mengatasi ketidakstasioneran pada varians dilakukan transformasi logaritma natural. Berdasarkan korelasi antara nilai aktual dengan estimasi menunjukkan bahwa pada data yang ditransformasi menghasilkan nilai yang lebih kecil daripada data yang tidak ditransformasi, sehingga estimasi yang dihasilkan oleh data yang tidak transformasi lebih akurat daripada data yang ditransformasi. Titik-titik pengamatan yang terletak di tengah-tengah DKI Jakarta mempunyai nilai estimasi paling mendekati nilai aktual, sebaliknya titik-titik pengamatan yang terletak di pinggiran DKI Jakarta atau merupakan daerah perbatasan DKI Jakarta dengan provinsi lainnya mempunyai nilai estimasi paling jauh dari nilai aktual. Hasil interpolasi *ordinary* kriging pada peta kontur konsentrasi SO<sub>2</sub> menunjukkan bahwa skala interval masih berada di ambang batas normal.

Kata Kunci : *Cokriging, Cross Validation, Interpolasi, Variogram, Polutan*

(halaman ini sengaja dikosongkan)

# **COKRIGING INTERPOLATION OF SULPHUR DIOXIDE (SO<sub>2</sub>) AND NITROGEN DIOXIDE (NO<sub>2</sub>) CONCENTRATION IN DKI JAKARTA**

Name : Devy Setiyowati  
NRP : 1313 201 714  
Supervisor : Dr.Sutikno, S.Si, M.Si

## **Abstract**

*The increasing tendency of population activities shows lowering trends of air quality across DKI Jakarta. Air pollutants such as Sulpher Dioxide (SO<sub>2</sub>) as well as Nitrogen Dioxide (NO<sub>2</sub>) are commonly due to motorized vehicle and industrial activity. The direct measurement of SO<sub>2</sub> and NO<sub>2</sub> concentrations are costly and require a long and complex process, thus the measurement of both emissions were only conducted in certain areas of Jakarta. Indirect measurement of both emissions of SO<sub>2</sub> and NO<sub>2</sub> for other areas of DKI Jakarta can be conducted by interpolation using cokriging method. Cokriging is the method of estimation for minimizing variance of error using cross-correlation between primary and secondary variables. Some conclusions derived from the study were summed up: The best theoretical isotropy semivariogram model monthly for SO<sub>2</sub> had the smallest value of RSS in majority form exponential model. The best theoretical isotropy semivariogram model monthly for NO<sub>2</sub> in majority form spherical model. The best theoretical isotropy cross variogram model between SO<sub>2</sub> and NO<sub>2</sub> in majority form linear model. To cope with non-stationary varians is to use the natural logarithmic transformation (natural log). The correlation between actual value and estimated value of transformed data using transformation of natural logarithms was smaller compared to untransformed data, so the estimate generated by the untransformed data is more accurate compared to transformed data. The observed points located in the center of DKI Jakarta had estimation value closest to actual value. On contrary, observed points located on the outskirts of DKI Jakarta, or a border area of DKI Jakarta with other provinces had the furthest difference between estimated and actual value. The interpolation results by ordinary kriging on a contour map of SO<sub>2</sub> concentrations showed that intervals scale were still in accordance to normal threshold.*

*Keywords: Cokriging, Cross Validation, Interpolasi, Variogram, Air Pollutans*

(halaman ini sengaja dikosongkan)



## DAFTAR ISI

<b>ABSTRAK</b>	iii
<b>ABSTRACT</b>	v
<b>DAFTAR ISI</b>	vii
<b>DAFTAR TABEL</b>	ix
<b>DAFTAR GAMBAR</b>	xi
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b>	xiii
 <b>BAB I     PENDAHULUAN</b>	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Perumusan Permasalahan	4
1.3 Tujuan Penelitian	4
1.4 Manfaat Penelitian	4
1.5 Batasan Permasalahan Penelitian	5
 <b>BAB II     TINJAUAN PUSTAKA</b>	
2.1 Tipe Data Spasial	7
2.1.1 Data Geostatistik	8
2.1.2 Data Area	9
2.1.3 Pola Titik	10
2.2 Teori Variabel Teregional	12
2.2.1 Jenis Variabel Teregional Multivariat	13
2.3 Fungsi Acak	13
2.3.1 Karakteristik Fungsi Acak	14
2.4 Stasioneritas	16
2.5 Variogram	18
2.5.1 Sifat-Sifat Variogram	18
2.5.2 Variogram Eksperimental	18
2.6 Variogram Teoritis	22
2.6.1 Variogram Teoritis Isotropi	23
2.6.2 Variogram Teoritis Anisotropi	28
2.6.2.1 Variogram Anisotropi Geometris	30
2.7 Hubungan Variogram dengan Kovarians	34
2.8 Konsep Interpolasi	35
2.9 Kriging	36
2.9.1 <i>Ordinary</i> Kriging	36
2.10 Cokriging	41
2.10.1 Pemilihan Variabel Sekunder (Kovariat)	42
2.10.2 Jenis Cokriging	42
2.10.3 Pembobot Cokriging	43
2.10.4 <i>Cross Variogram</i>	48
2.10.5 <i>Cross Covariance</i>	50
2.10.6 <i>Cross Correlation</i>	52

2.11 Hubungan antara <i>Cross Variogram</i> dengan <i>Cross Covariance</i>	52
2.12 <i>Cross Validation</i>	54
2.13 <i>Universal Transverse Mercator</i> (UTM)	57
2.14 Aerosol	58
2.14.1 Penelitian Aerosol Sebelumnya	60
 <b>BAB III   METODOLOGI PENELITIAN</b>	
3.1 Sumber Data	63
3.2 Variabel Penelitian	65
3.3 Metode dan Tahapan Penelitian	66
 <b>BAB IV   HASIL DAN PEMBAHASAN</b>	
4.1 Prosedur Interpolasi dengan Cokriging	71
4.1.1 Hubungan Variogram dan Semivariogram dengan Kovarians	72
4.1.2 Varians Galat <i>Ordinary Kriging</i>	73
4.1.3 Varians Estimasi Galat dari Pembobot Cokriging dan Kovarians	74
4.2 Gambaran Umum <i>Mobilitas</i> Transportasi di Wilayah DKI Jakarta	75
4.3 Keadaan Topografi, Arah Angin (Windrose), dan Iklim DKI Jakarta	77
4.4 Karakteristik Konsentrasi SO <sub>2</sub> dan NO <sub>2</sub>	79
4.5 Hubungan antara Konsentrasi SO <sub>2</sub> dan NO <sub>2</sub>	81
4.6 Pengujian Asumsi	82
4.6.1 Asumsi Kenormalan	83
4.6.2 Asumsi Stasioner	84
4.7 Analisis Semivariogram	95
4.8 Klasifikasi Konsentrasi SO <sub>2</sub>	98
4.9 <i>Cross Validation</i>	101
4.9.1 Data Tanpa Transformasi	101
4.9.2 Data dengan Transformasi Logaritma Natural	103
4.9.3 Perbandingan Nilai Aktual dan Nilai Estimasi antara Data Tanpa Transformasi dan Data dengan Transformasi Logaritma Natural	105
4.10 Interpretasi Hasil Interpolasi Cokriging	107
 <b>BAB V   KESIMPULAN DAN SARAN</b>	
5.1 Kesimpulan	115
5.2 Saran	117
 <b>DAFTAR PUSTAKA</b>	119
<b>LAMPIRAN</b>	125

## DAFTAR TABEL

Tabel 3.1	Lokasi dan Koordinat Bujur Lintang Stasiun Pengamatan Udara Ambien	63
Tabel 3.2	Nilai Konsentrasi SO <sub>2</sub> dan NO <sub>2</sub> dan Koordinat pada Lokasi Stasiun Pengamatan Udara Ambien	64
Tabel 4.1	Nilai Minimum, Nilai Maksimum, Rata-rata, dan Varians SO <sub>2</sub> dan NO <sub>2</sub>	80
Tabel 4.2	Korelasi Pearson antara SO <sub>2</sub> dan NO <sub>2</sub> per bulan	82
Tabel 4.3	Nilai Shapiro-wilk dan <i>p-value</i> pada SO <sub>2</sub> dan NO <sub>2</sub> per Bulan	83
Tabel 4.4	Nilai Parameter dan RSS Semivariogram Isotropi Teoritis SO <sub>2</sub>	88
Tabel 4.5	Nilai Parameter dan RSS Semivariogram Isotropi Teoritis NO <sub>2</sub>	90
Tabel 4.6	Nilai Parameter dan RSS <i>Cross Variogram</i> Isotropi Teoritis	93
Tabel 4.7	Nilai <i>Cross Validation</i> pada Data Tanpa Transformasi	102
Tabel 4.8	Nilai <i>Cross Validation</i> pada Data Transformasi Logaritma Natural	104
Tabel 4.9	Baku Mutu Udara Ambien DKI Jakarta	113

(halaman ini sengaja dikosongkan)

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Data Geostatistik	9
Gambar 2.2	Data Area	10
Gambar 2.3	Pola Titik	11
Gambar 2.4	Ilustrasi Vektor $h$ Menghubungkan $x_i$ ke $x_j = x_i + h$	19
Gambar 2.5	Semivariogram Eksperimental	21
Gambar 2.6	Semivariogram Model Bola ( <i>Spherical Model</i> )	23
Gambar 2.7	Semivariogram Model Exponensial	24
Gambar 2.8	Semivariogram Model Gaussian	25
Gambar 2.9	Semivariogram Model Linier	26
Gambar 2.10	Semivariogram Model Pangkat	27
Gambar 2.11	Semivariogram <i>Logaritmik Model</i>	27
Gambar 2.12	Semivariogram <i>Hole Effect Model</i>	28
Gambar 2.13	Kontur Variogram pada Anisotropi	28
Gambar 2.14	Semivariogram Anisotropi Geometris	29
Gambar 2.15	Semivariogram Anisotropi Zonal	29
Gambar 2.16	Rotasi pada Sumbu Axis Mayor dan Minor dari Anisotropi pada Dimensi 2	30
Gambar 2.17	Ilustrasi Variogram Anisotropi Geometris	32
Gambar 2.18	Variogram Anisotropi dalam <i>Sill</i>	33
Gambar 2.19	Variogram Anisotropi dalam <i>Nugget</i>	34
Gambar 2.20	Ilustrasi Estimasi dengan <i>Ordinary Kriging</i>	37
Gambar 2.21	Zona UTM Indonesia	58
Gambar 2.22	Model Simulasi Atmosfer Secara Umum	60
Gambar 3.1	Titik Lokasi Stasiun Pemantauan Udara Ambien di DKI Jakarta	64
Gambar 3.2	Diagram Alir Metode Interpolasi Cokriging	70
Gambar 4.1	Peningkatan Perjalanan ( <i>Mobilitas</i> ) Menuju Jakarta dari daerah sekitarnya	79
Gambar 4.2	<i>Windrose</i>	79
Gambar 4.3	Histogram dan kuantil-kuantil normal plot bulan Februari	84
Gambar 4.4	<i>Scatterplot</i> 2 Dimensi bulan Februari	85
Gambar 4.5	Plot 3 Dimensi Konsentrasi bulan	86
Gambar 4.6	Semivariogram SO <sub>2</sub> bulan April	89
Gambar 4.7	Semivariogram NO <sub>2</sub> bulan September	92
Gambar 4.8	<i>Cross Variogram</i> antara SO <sub>2</sub> dan NO <sub>2</sub> bulan April	94
Gambar 4.9	Peta Kontur Klasifikasi Estimasi Konsentrasi SO <sub>2</sub> dengan Model Semivariogram Isotropi Terbaik per Bulan	95
Gambar 4.10	Peta Kontur Varians Konsentrasi SO <sub>2</sub> dengan Model Semivariogram Isotropi Terbaik per Bulan	96
Gambar 4.11	<i>Scatterplot</i> Nilai Aktual pada Tanpa Transformasi	

	dan Data Transformasi Logaritma Natural dengan Nilai Estimasi Terbaik pada Bulan Juli	105
Gambar 4.12	<i>Scatterplot</i> Nilai Aktual Tanpa Transformasi dengan Estimasi Model <i>Cross Variogram</i> pada Bulan Oktober	106
Gambar 4.13	<i>Scatterplot</i> Nilai Aktual dengan Transformasi Logaritma Natural dengan Estimasi Model <i>Cross Variogram</i> pada Bulan Oktober	107

## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1	Contoh Perhitungan Semivariogram Eksperimental	125
Lampiran 2	Contoh Perhitungan Sederhana Kovarians Silang, Korelasi Silang, dan Semivariogram Silang	126
Lampiran 3	Titik-Titik Lokasi Pengamatan serta Data Konsentrasi SO <sub>2</sub> dan NO <sub>2</sub>	128
Lampiran 4	Statistik Deskriptive Konsentrasi SO <sub>2</sub> dan NO <sub>2</sub>	129
Lampiran 5	Histogram SO <sub>2</sub> dan NO <sub>2</sub>	130
Lampiran 6	Kuantil-Kuantil Normal Plot SO <sub>2</sub> dan NO <sub>2</sub>	132
Lampiran 7	<i>Scatterplot</i> SO <sub>2</sub> terhadap Lokasi	134
Lampiran 8	<i>Scatterplot</i> NO <sub>2</sub> terhadap Lokasi	136
Lampiran 9	<i>Scatterplot</i> SO <sub>2</sub> dan NO <sub>2</sub> terhadap Lokasi	138
Lampiran 10	Semivariogram Teoritis Isotropi SO <sub>2</sub> , NO <sub>2</sub> , dan <i>Cross Variogram</i> antara SO <sub>2</sub> dan NO <sub>2</sub>	140
Lampiran 11	Peta Kontur Estimasi dan Varians <i>Ordinary Kriging</i> Konsentrasi SO <sub>2</sub>	146
Lampiran 12	<i>Scatterplot</i> Nilai Aktual dengan Estimasi Model Terbaik Data Tanpa Transformasi dengan Data Transformasi	156
Lampiran 13	<i>Scatterplot</i> Nilai Aktual dengan Estimasi Hasil <i>Cross Validation</i> Model Linier, Spherical, Exponensial, dan Gaussian Pada Data Tanpa Transformasi	160
Lampiran 14	<i>Scatterplot</i> Nilai Aktual dengan Estimasi Hasil <i>Cross Validation</i> Model Linier, Spherical, Exponensial, dan Gaussian pada Data dengan Transformasi Logaritma Natural	164
Lampiran 15	Program R untuk Membuat Peta Kontur <i>Ordinary Kriging</i> (Contoh Data Bulan April Model Linier)	168
Lampiran 16	Program R Untuk <i>Cross Validasi</i> (Contoh Data Bulan September)	170

# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

### **1.1 Latar Belakang**

Aerosol adalah salah satu polutan udara diduga sangat berbahaya bagi kesehatan manusia dan berperan dalam perubahan iklim (Hardin dan Kahn, 2010). Menurut Dickerson (2008) dalam Bishop (2011), efek aerosol secara tidak langsung dapat mengubah frekuensi terjadinya awan, ketebalan awan, dan jumlah curah hujan. Asiati dan Rukmi (2009), meneliti kondisi dan karakteristik aerosol di seluruh Indonesia menggunakan data indeks aerosol dari satelit TOMS (*Total Ozone Mapping Spectrometer*) selama periode 1979-2005. Hasil penelitian tersebut menunjukkan terjadinya kecenderungan peningkatan indeks aerosol. Hal ini dikarenakan sejak tahun 1970 polusi udara di Indonesia mulai meningkat, akibat adanya peningkatan di bidang industri. Berbeda dengan efek pemanasan gas rumah kaca yang berlangsung merata, efek pendinginan dari polusi aerosol berlangsung tidak merata di planet ini, sehingga dampaknya paling kuat dirasakan pada skala regional, sebagai contohnya jarak yang dekat dan arah angin dari kawasan industri berpengaruh pada besarnya polusi aerosol di daerah tersebut (Hardin dan Kahn, 2010).

Penelitian terhadap polusi aerosol membutuhkan data yang cukup dan dapat diandalkan berdasarkan sifat-sifat aerosol serta informasi lain yang terkait di dalamnya. Dalam prakteknya, hanya tersedia data yang terbatas karena untuk memperoleh data dalam skala besar membutuhkan biaya mahal. Oleh karena itu perlu dilakukan interpolasi untuk mengumpulkan jumlah minimum titik-titik data dan mengestimasi data di lokasi yang tidak diambil sampelnya tanpa mengorbankan akurasi data (Memarsadeghi, 2004). Dalam hal ini geostatistik berperan penting. Metode interpolasi yang mempertimbangkan efek geostatistik adalah interpolsi kriging dan cokriging. Menurut Alemi, Shahriari, dan Nielsen (1988), kriging adalah teknik interpolasi linear yang menggunakan autokorelasi spasial antar pengamatan untuk mengestimasi variabel di lokasi yang tidak diambil sampelnya dengan varians minimum dan *unbiased*. Cokriging merupakan



perluasan kriging dengan situasi di mana variabel sekunder dapat digunakan untuk meningkatkan akurasi estimasi kriging. Secara umum cokriging digunakan dalam kasus geostatistik multivariat.

Cokriging diaplikasikan dalam berbagai bidang. Penelitian terdahulu yang menggunakan metode tersebut antara lain : Journel dan Huijbregts (1978) menggunakan cokriging dalam bidang pertambangan untuk estimasi cadangan mineral; Vieira, Hatfield, Nielsen, dan Biggar (1983) menggunakan cokriging dalam bidang agronomi; Abouferassi dan Marino (1984) menggunakan cokriging dalam bidang hidrologi; Krajewski (1987) menggunakan prosedur *ordinary* cokriging dalam bidang klimatologi untuk mengestimasi curah hujan; Wu dan Murray (2005) menggunakan metode cokriging dalam bidang demografi untuk mengestimasi kepadatan populasi pada daerah bagian metropolitan Columbus di Franklin County, Ohio. Malvić, Barišić, dan Futivić (2009) mengembangkan cokriging untuk memetakan cadangan sumber gas alam berdasarkan sifat getaran gempa (*seismic*).

Penelitian yang menerapkan cokriging pada kasus kualitas udara pernah dilakukan oleh : Horálek, Denby, Smet, Leeuw, Kurfüst, Swart, dan Noiye (2007) menerapkan cokriging untuk menyusun peta kualitas udara di Eropa menggunakan  $PM_{10}$ ,  $PM_{2,5}$ , Ozone,  $NO_x$  dan  $SO_2$ ; Matkan, Shakiba, Purali, dan Baharloo (2009) menerapkan cokriging untuk mengestimasi konsentrasi polusi udara di Tehran, Iran dengan menggunakan konsentrasi CO dan  $PM_{10}$ ; serta Singh, Carnevale, Finzi, Pisoni, dan Volta (2010) menerapkan cokriging untuk mengestimasi kualitas atmosfer di kawasan tertentu menggunakan konsentrasi ozone dan  $PM_{10}$ . Metode cokriging yang merupakan perluasan dari kriging dianggap lebih efektif. Penelitian yang telah dilakukan terkait pernyataan diatas adalah : Alemi et al. (1988), Wackernagel (1994), Yalçin (2005), dan Rucker (2010), melakukan penelitian dengan perbandingan *ordinary* kriging dan cokriging. Hasil penelitian tersebut adalah varians estimasi dengan menggunakan metode cokriging sedikit lebih kecil daripada *ordinary* kriging, yang ditunjukkan melalui validasi silang, rata-rata, dan varians dari hasil estimasi cokriging lebih kecil dan nilainya lebih mendekati dengan sampel yang diukur, serta bias dalam

residual yang dihasilkan lebih kecil daripada kriging. Hal ini menunjukkan bahwa cokriging lebih dapat diandalkan dalam estimasi. Cokriging juga menjamin koherensi dan kompatibilitas antara estimasi keseluruhan dan estimasi terpisah dari masing-masing variabel, sedangkan kriging umumnya tidak. Hal ini dikarenakan adanya variabel sekunder pada cokriging.

Penelitian mengenai interpolasi konsentrasi polutan udara dengan menggunakan metode cokriging di Indonesia, khususnya di DKI Jakarta masih terbatas. Beberapa penelitian mengenai polutan udara di DKI Jakarta yang telah dilakukan antara lain: Risalah (2011) meneliti adanya keterkaitan polutan udara dan suhu permukaan daratan serta untuk mengetahui distribusi spasial polutan udara dengan menyusun model spasial distribusi polutan; Suryanto (2012) menganalisa tingkat polusi udara terhadap pengaruh pertumbuhan kendaraan menggunakan regresi linier sederhana dan berganda; serta Winarso (2013) menggunakan pendekatan *Mixed Geographically Weighted Regression* (GWR) untuk membentuk model Indeks Standar Pencemar Udara (ISPU).

Metode penelitian yang digunakan di atas mempunyai beberapa kelemahan. Model spasial merupakan penyederhanaan fakta lapangan secara spasial dan tidak bisa digunakan untuk menginterpolasi variabel. Regresi linier sederhana dan berganda disebut juga sebagai regresi global karena metode ini tidak mempertimbangkan dimensi spasial (pengaruh geografis) dalam analisisnya. Berbeda dengan regresi global yang nilai parameternya konstan, nilai parameter GWR berubah-ubah sesuai dengan lokasi. Namun GWR tidak dapat digunakan untuk memprediksi di luar lokasi sampel penelitian, tidak seperti regresi global yang dapat digunakan untuk memprediksi di setiap lokasi (Dimulyo, 2009)

Berdasarkan alasan yang diungkapkan di atas, penelitian ini dilakukan untuk menginterpolasi konsentrasi aerosol khususnya konsentrasi gas SO<sub>2</sub> dan NO<sub>2</sub> dengan menggunakan metode interpolasi cokriging. konsentrasi gas SO<sub>2</sub> berperan sebagai variabel primer sedangkan NO<sub>2</sub> sebagai variabel sekunder. Penelitian ini diharapkan dapat memberikan informasi bagi pihak-pihak pengambil keputusan dalam melakukan langkah-langkah preventif serta represif dalam menangani polusi aerosol yang terjadi di DKI Jakarta.

## **1.2 Perumusan Permasalahan**

Berdasarkan uraian pada latar belakang di atas maka permasalahan yang dirumuskan adalah sebagai berikut.

1. Bagaimana prosedur metode interpolasi dengan menggunakan cokriging pada data geostatistik ?
2. Bagaimana mendapatkan estimasi konsentrasi  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  di DKI Jakarta menggunakan metode cokriging ?

## **1.3 Tujuan Penelitian**

Berdasarkan perumusan masalah di atas, tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Mengkaji metode interpolasi dengan menggunakan cokriging pada data geostatistik.
2. Mendapatkan estimasi konsentrasi  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  di DKI Jakarta menggunakan metode cokriging.

## **1.4 Manfaat Penelitian**

Manfaat yang diharapkan hasil penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Menambah pengetahuan tentang metode interpolasi cokriging dalam studi kasus polusi aerosol di DKI Jakarta.
2. Sebagai sumber informasi bagi Pemerintah DKI Jakarta tentang tingkat pencemaran udara di DKI Jakarta, sehingga dapat dilakukan langkah langkah preventif dan represif dalam menangani pencemaran aerosol tersebut.
3. Sebagai informasi bagi Pemerintah DKI Jakarta mengenai hasil estimasi aerosol. Hasil estimasi konsentrasi aerosol yang tinggi di suatu lokasi di DKI Jakarta akan meningkatkan curah hujan yang berpotensi menyebabkan banjir di lokasi tersebut.

## **1.5 Batasan Permasalahan**

Pada penelitian ini permasalahan yang diteliti dibatasi pada :

1. Data yang digunakan adalah data konsentrasi gas  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  yang diperoleh dari Badan Pengelola Lingkungan Hidup Daerah (BPLHD) Provinsi DKI Jakarta di 9 (sembilan) lokasi yaitu : Kalideres, Gambir, Ancol, Cilincing, Rawa Terate, Kebayoran Baru, Ciracas, Tebet Barat, dan Kuningan serta Badan Meteorologi, Klimatologi, dan Geofisika (BMKG) di 5 (lima) lokasi yaitu : Ancol, Bandengan (Delta), Glodok, Kemayoran, dan Monas per bulan selama tahun 2012 dengan asumsi kondisi udara di DKI Jakarta bersifat homogen.
2. Semivariogram yang disusun belum mempertimbangkan arah angin (isotropi).
3. Metode transformasi untuk mengatasi ketidakstasioneran data dengan transformasi logaritma natural.

(halaman ini sengaja dikosongkan)

## BAB II

### TINJAUAN PUSTAKA

Pada bagian ini membahas konsep dasar geostatistika, meliputi: tipe data spasial, teori variabel terregional, fungsi variabel acak, stasioneritas, variogram, hubungan variogram dengan kovarians. Selanjutnya dibahas pula kriging dan cokriging untuk kepentingan interpolasi. Di bagian akhir bab ini dibahas teknik penyajian titik lokasi di muka bumi dengan *Universal Transverse Mercator* (UTM) dan beberapa hasil penelitian terdahulu terkait pendugaan aerosol khususnya di DKI Jakarta.

#### 2.1 Tipe Data Spasial.

Spasial menurut kamus bahasa Inggris adalah sesuatu yang berkaitan atau memiliki sifat ruang. Istilah data spasial pertama kali digunakan dalam bidang statistik berupa bentuk data peta. Sebagai contoh, Halley (1686) dalam Cressie (1993) dalam penelitiannya untuk mengetahui pergerakan arah angin dan musim di sekitar daerah tropis mewujudkannya dalam bentuk peta lahan. Dalam data spasial terdapat dua informasi, yaitu: lokasi dan pengamatan (variabel respon). Informasi lokasi dinyatakan dalam bentuk titik, garis, dan luasan. Data spasial bisa berbentuk data diskret dan kontinu. Di samping itu data spasial mempunyai lokasi yang beraturan (*regular*) dan tak beraturan (*irregular*). Beberapa aplikasi data spasial di berbagai bidang, diantaranya: geologi, ilmu tanah, proses olah citra satelit, epidemiologi, ilmu pertanian, ekologi, kehutanan, astronomi, dan keilmuan lainnya. Dalam proses pengumpulan datanya diperoleh dari lokasi spasial yang berbeda dan menunjukkan adanya dependensi dalam pengukuran antar lokasi, sehingga diperlukan metode statistik khusus untuk membuat analisisnya (Cressie, 1993).

Menurut Cressie (1991), proses spasial secara teori dapat diuraikan sebagai berikut. Misalkan  $x_1, x_2, \dots, x_n$  adalah lokasi pada daerah pengamatan. Daerah pengamatan dinotasikan sebagai  $\mathbf{D}$  dan berada dalam  $R^d$ . Pada masing-masing lokasi,  $\mathbf{x}_i, i=1, 2, \dots, n$ , pengukuran dilakukan. Sampel pengukuran

dinotasikan sebagai  $z(\mathbf{x}_i)$ . Secara stokastik, anggap  $Z(\mathbf{x}_i)$  sebagai variabel acak, di mana  $z(\mathbf{x}_i)$  adalah hasil pengukurannya, sehingga proses spasial dapat dinyatakan dengan persamaan (2.1) berikut.

$$\{Z(\mathbf{x}) : \mathbf{x} \in D\} \quad (2.1)$$

di mana  $\mathbf{x}$  berada dalam  $D \subset R^d$ . Model yang terbentuk adalah :

$$Z(\mathbf{x}) = \mu(\mathbf{x}) + \delta(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in D$$

dengan:

$\mu(\mathbf{x})$ : skala besar struktur deterministik rata-rata (*trend*) pada proses spasial

$\delta(\mathbf{x})$ : skala kecil stokastik galat pada model spasial yang bergantung secara

statistik pada  $E(\delta(\mathbf{x})) = 0, \mathbf{x} \in D$  dan  $Cov(\delta(\mathbf{x}_i), \delta(\mathbf{x}_j)) \equiv C(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j), \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j \in D$ .

Pada daerah pengamatan, variabel acak tersebut berkorelasi secara spasial. Artinya hasil pengukuran yang berdekatan cenderung lebih mirip nilainya daripada pengukuran yang berjauhan. Secara statistik, variabel acak yang berdekatan lebih berkorelasi daripada variabel yang berjauhan. Misalkan, lokasi  $\mathbf{x}_i$  dan  $\mathbf{x}_j$  terpisah dengan jarak vektor  $\mathbf{h}$ . Disini,  $\mathbf{h}$  termasuk nilai dan juga arahnya, sehingga, dua lokasi dinyatakan oleh  $\mathbf{x}, \mathbf{x} + \mathbf{h}$ . Menurut Cressie (1993), berdasarkan jenis data terdapat 3 (tiga) tipe data spasial, yaitu : data geostatistik (*geostatistical data*), data area (*lattice area*), dan pola titik (*point pattern*).

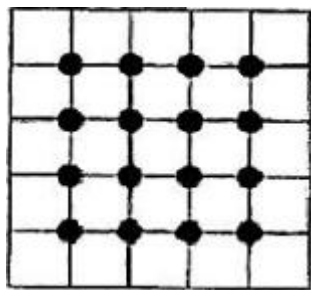
### 2.1.1 Data Geostatistik (*Geostatistical Data*).

Awalan “geo” dalam kata statistik menunjukkan sesuatu yang berkaitan dengan bumi. Dalam Bohling (2005) terdapat definisi geostatistik dari berbagai sumber, antara lain : menurut Isaaks dan Srivastava (1989), geostatistik adalah cara untuk menggambarkan kontinuitas spasial dari fenomena alam dan menyediakan penerapannya melalui teknik regresi klasik untuk menggambarkan kontinuitas tersebut. Sementara Olea (1999) menyatakan bahwa geostatistik dapat dianggap sebagai kumpulan teknik perhitungan yang berhubungan dengan karakteristik komponen spasial, terutama menggunakan model acak dengan cara

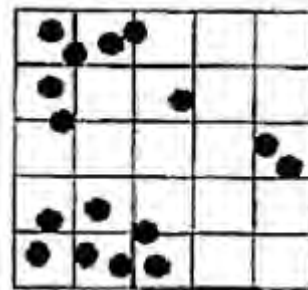
yang sama seperti pada *time series* yang menganalisis karakteristik data temporal. Menurut Deutsch (2002) geostatistik adalah studi tentang fenomena yang berhubungan dengan ruang dan/atau waktu.

Menurut Wackernagel (1995), geostatistik pada mulanya dikembangkan pada industri pertambangan untuk menghitung cadangan mineral. Seorang insinyur pertambangan dari Afrika Selatan, D.G. Krige, pada tahun 1950 mengembangkan metode empiris untuk pendugaan kadar mineral pada lokasi yang tidak diketahui dengan menggunakan kadar mineral dari lokasi yang diketahui yang berdekatan yang dikenal dengan metode kriging. Kemudian pada tahun 1960-an, seorang insinyur pertambangan dan juga merupakan matematikawan dari Perancis, Georges Matheron, mengembangkan konsep kriging dan menggunakan metode tersebut dengan teori mengenai variabel tereregional (*Theory of Regionalized Variables*).

Kelebihan data geostatistik dibandingkan dengan pendekatan klasik dalam mengestimasi cadangan mineral dalam ilmu pertambangan adalah geostatistik mengenal variansi spasial baik dalam skala yang besar maupun kecil atau bisa memodelkan baik kecenderungan spasial (*spatial trends*) maupun korelasi spasial (*spatial correlation*) (Cressie, 1993). Data geostatistik merupakan data spasial kontinu yang dinyatakan dalam bentuk titik, baik beraturan maupun tidak beraturan, seperti diilustrasikan pada Gambar 2.1. Data berupa titik tersebut menyatakan lokasi dan pembobot. Lokasi yang berdekatan cenderung memiliki bobot yang sama dan sebaliknya lokasi yang berjauhan cenderung berbeda.



(a)



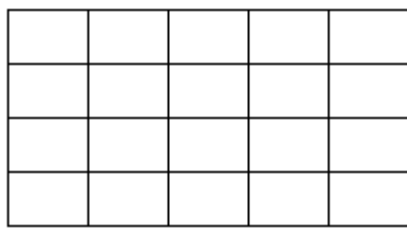
(b)

Gambar 2.1. Data Geostatistik : (a) *regular* dan (b) *irregular*

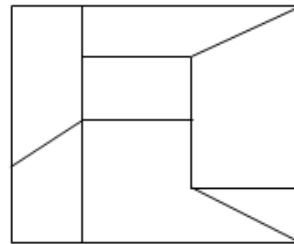


### 2.1.2 Data Area (*Lattice Area*).

Menurut Cressie (1993), data area merupakan suatu kumpulan pengamatan yang berupa data diskrit dari hasil pengukuran wilayah spasial tertentu. Data area menggunakan konsep garis tepi dan persekitaran (*neighbor*) dimana untuk masing-masing area dinyatakan berdasarkan lokasi dan pembobot pengukurannya. Tipe data ini merupakan analog yang paling dekat dengan data *time series*. Pada data *time series*, pengamatan biasanya diperoleh pada titik-titik waktu dengan jarak yang sama. Sedangkan pada data area, data diperoleh dari titik-titik yang menggambarkan area baik dalam bentuk *regular* maupun *irregular*, seperti yang diilustrasikan pada Gambar 2.2. Data area seringkali berbentuk piksel, yang merupakan area-area kecil yang dilambangkan dengan bentuk persegi, seringkali didapat dari penginderaan jarak jauh (*remote sensing*) dari satelit atau pesawat udara.



(a)



(b)

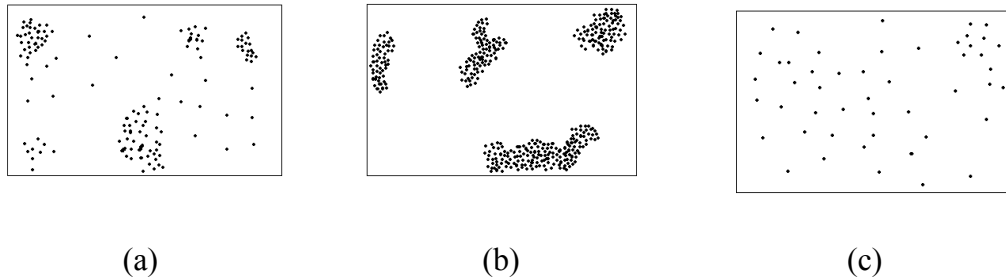
Gambar 2.2. Data Area : (a) *regular* dan (b) *irregular*

Seperti pada data geostatistik yang berasal dari proses acak tunggal, dimisalkan  $x_1, x_2, \dots, x_n$  adalah data area dari  $n$  lokasi. Namun berbeda dengan data geostatistik, data area sering kali hanya diamati pada titik lokasi di mana data tersebut terjadi. Oleh karena itu hanya dengan mengadopsi model pada beberapa data pada lokasi pengamatan sudah cukup daripada menggunakan seluruh data pada lokasi pengamatan (Zimmerman and Stein, 2010).

### 2.1.3 Pola Titik (*Point Pattern*).

Menurut Cressie (1993), pola titik digunakan ketika variabel penting yang dianalisis adalah lokasi dari suatu kejadian (*events*). Pola titik ini digunakan untuk

mengetahui adanya hubungan ketergantungan antar titik. Pola titik dapat berbentuk acak (*random pattern*), mengelompok (*clustered pattern*), atau teratur (*regularly dispersed pattern*), seperti diilustrasikan pada Gambar 2.3. Variasi ukuran-ukuran variabel pada pola titik disebut sebagai variabel penanda (*mark variable*), sedangkan keseluruhan proses titik disebut proses titik spasial bertanda (*marked spatial point process*)



Gambar 2.3. Pola titik : (a) *random pattern*, (b) *clustered pattern*, dan (c) *regularly dispersed pattern*

Pola titik diasumsikan seperti pada persamaan (2.1), di mana  $\mathbf{D}$  adalah proses titik dalam  $R^d$  atau subset  $R^d$ .  $Z(\mathbf{x}_i)$  adalah vektor acak pada lokasi  $\mathbf{x}_i \in \mathbf{D}$ . Data pada pola titik sering direalisasikan pada persamaan (2.2) sebagai berikut.

$$X = \bigcup \{Z(\mathbf{x}_i) : \mathbf{x}_i \in \mathbf{D}\} \quad (2.2)$$

Data pola titik sering berupa gambar. Salah satu penerapannya adalah pada epidemiologi, di mana para ahli medis tertarik untuk mengetahui penyebaran penyakit menular (Cressie, 1993). Menurut Andayani (2002), suatu variabel dalam data spasial terkadang mempunyai hubungan yang alamiah, sehingga pola distribusi data tidak dapat dikontrol dan sulit untuk dianalisis. Dalam analisis data dikenal pendekatan parametrik dan nonparametrik, di mana untuk pendekatan parametrik diterapkan pada data yang dapat dimodelkan secara sederhana dan mempunyai pola distribusi tertentu yang sudah banyak diketahui dalam statistika, sedangkan untuk pendekatan nonparametrik digunakan jika data sulit untuk dimodelkan dan pola distribusi data tidak diketahui. Pada data geostatistik, data dianalisis dengan pendekatan parametrik menggunakan variogram, kriging, dan

cokriging. Pendekatan non parametrik digunakan pada data pola titik dengan menggunakan fungsi kernel.

## 2.2 Teori Variabel Teregional (*Theory of Regionalized Variables*).

Menurut Matheron (1971), secara umum ketika suatu objek menyebar di daerah pengamatan dan mempunyai struktur spasial tertentu, maka hal ini disebut teregional (*regionalized*). Jika  $f(x)$  menyatakan suatu nilai pada titik  $\mathbf{x}$  dari karakteristik objek ini, maka  $f(x)$  adalah suatu variabel teregional (*regionalized variables*). Secara matematika, variabel teregional secara sederhana merupakan fungsi  $f(x)$  dari titik  $\mathbf{x}$  tetapi secara umum merupakan fungsi yang sangat tidak beraturan (contoh : tingkatan cadangan mineral). Hal ini menunjukkan 2 (dua) aspek yang saling bertolak belakang atau kontradiksi :

- 1) Aspek keacakan (*random aspect*), ditandai dengan ketidakberaturan lokal dan tidak bisa diduga perubahan antara titik satu dengan titik lainnya.
- 2) Aspek terstruktur (*structured aspect*), ditandai dengan adanya karakteristik yang terstruktur atau adanya kecenderungan dalam skala yang besar dari obyek yang teregional.

Teori variabel teregional mempunyai 2 (dua) tujuan yakni :

- 1) Secara teori, untuk mengetahui sifat struktur yang sesuai dari obyek.
- 2) Secara terapan, untuk mengestimasi variabel teregional dari data sampel yang berbeda atau berada pada lokasi yang terpisah.

Kedua tujuan tersebut berhubungan terhadap obyek pengamatan pada lokasi yang sama dan galat estimasi bergantung pada struktur karakteristik. Galat estimasi akan bertambah besar jika variabel teregional lebih tidak beraturan dan lebih bersifat tidak kontinu pada varians spasialnya (Matheron, 1971).

Menurut Omre (1984), variabel teregional dalam geostatistik dinyatakan seperti dalam persamaan (2.1), di mana variabel  $\mathbf{x}$  biasanya merupakan suatu vektor dalam dua atau tiga dimensi. Variabel teregional merupakan suatu fungsi acak, berupa  $n$  obyek pengamatan,  $\mathbf{x}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . Kumpulan obyek pengamatan

dinyatakan sebagai  $s : \{z(\mathbf{x}_i) : \mathbf{x}_i \in \mathbf{D}, \mathbf{x}_i, i = 1, 2, \dots, n\}$  yang merupakan kumpulan variabel acak  $s : \{Z(\mathbf{x}_i) : \mathbf{x}_i \in \mathbf{D}, \mathbf{x}_i, i = 1, 2, \dots, n\}$

### 2.2.1 Jenis Variabel Teregional Multivariat.

Penggunaan variabel teregional multivariat memungkinkan diukur dari lokasi yang berbeda. Menurut Wackernagel (1995), jenis variabel teregional multivariate berdasarkan dari lokasi pengambilan sampel dapat dibagi menjadi 3 (tiga), yaitu :

- 1) *Complete heterotopy* : semua variabel teregional diukur dari himpunan titik sampel dan lokasi pengambilan sampel yang berbeda.
- 2) *Partial heterotopy* : beberapa variabel teregional diukur dari lokasi pengambilan sampel yang sama.
- 3) *Isotropy* : semua variabel teregional diukur dari lokasi pengambilan sampel yang sama.

Penggunaan *complete heterotopy* akan sulit dalam memutuskan model *cross variogram* atau *cross covariance* karena *cross variogram* experimental tidak bisa dihitung dari data *complete heterotopy*. Sedangkan yang dianjurkan untuk digunakan adalah *partial heterotopy* jika hal itu memungkinkan. Jenis variabel teregional multivariat yang paling sering digunakan dalam memutuskan model *cross variogram* atau *cross covariance* adalah *isotropy* (Wackernagel, 1995).

## 2.3 Fungsi Variabel Acak.

### Definisi 2.1 :

LeMay (1995) menyatakan bahwa dalam geostatistik, suatu fungsi variabel acak didefinisikan pada semua nilai  $\mathbf{x} \in \mathbf{D}$  dan menghasilkan variabel acak untuk masing-masing  $\mathbf{x}$ , di mana variabel acak bersifat kontinu. Menurut Hogg dan Craig (1995), variabel acak yang bersifat kontinu adalah variabel yang memiliki fungsi densitas peluang (*probability density function: pdf*), sehingga fungsi distribusi kumulatif (*cummulative distribution function: cdf*) dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(w)dw$$

Suatu fungsi acak,  $Z(\mathbf{x})$  dicirikan oleh kumpulan dari seluruh fungsi distribusi kumulatif  $n$  variabel untuk sembarang  $n$  nilai dan sembarang  $n$  lokasi yang dipilih,  $\mathbf{x}_i, i = 1, 2, \dots, n$  dinyatakan dalam persamaan (2.3) sebagai berikut.

$$F(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n; z_1, \dots, z_n) = P\{Z(\mathbf{x}_1) < z_1, \dots, Z(\mathbf{x}_n) < z_n\} \quad (2.3)$$

Untuk mendapatkan fungsi acak, langkah awal adalah mengurutkan lokasi pengamatan ( $\mathbf{x}$ ). Lalu dibandingkan kedua lokasi, misalkan  $\mathbf{x}_i$  dan  $\mathbf{x}_j$  yang dipisahkan oleh jarak vektor  $\mathbf{h}$ , dimana vektor  $\mathbf{h}$  menyatakan nilai dan arah, sehingga dua lokasi tersebut dapat dinyatakan oleh  $\mathbf{x}$  dan  $\mathbf{x} + \mathbf{h}$ . Selanjutnya variabel acak dinotasikan sebagai  $z(\mathbf{x})$ . Terdapat hanya satu realisasi dari variabel acak jika tidak dilakukan pengulangan. Sebagai contoh, jika diambil nilai pengukuran dan mengulangi pengukuran tersebut, lalu membandingkan adanya kesalahan pengukuran, akan didapatkan hasil yang sama (LeMay, 1995). Hal ini mengharuskan adanya asumsi stasioneritas. Terdapat dua karakteristik dari fungsi acak, yaitu momen pertama dan momen kedua.

### 2.3.1 Karakteristik Fungsi Acak.

#### 1. Momen Pertama

##### Definisi 2.2 :

Menurut Hogg dan Craig (1995), momen pertama dari variabel acak didefinisikan dengan rumus

$$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \mu$$

Momen pertama dinyatakan dalam rumus :

$$E[Z(\mathbf{x})] = \mu(\mathbf{x})$$

di mana rata-rata dari data spasial  $\mu(\mathbf{x})$  adalah suatu fungsi dari lokasi  $\mathbf{x}$ . Rata-rata ini disebut juga sebagai *drift* ( $m(\mathbf{x})$ ). *Drift* pada titik  $\mathbf{x}$  adalah nilai harapan dari variabel regional  $Z$  pada titik  $\mathbf{x}$  (Olea, 1975).

## 2. Momen Kedua

Menurut LeMay (1995), momen kedua dari data spasial, akan mempunyai tiga bentuk. Masing-masing didefinisikan sebagai berikut :

### Definisi 2.3 (Varians) :

Varians variabel acak menurut Hogg dan Craig (1995) adalah nilai ekspektasi dari selisih kuadrat variabel acak dengan ekspektasinya. Pada persamaan (2.4), varians dinyatakan pada persamaan 2.4.

$$\begin{aligned} Var[Z(\mathbf{x})] &= \sigma^2 = E\left[\left(Z(\mathbf{x}) - E(Z(\mathbf{x}))\right)^2\right] \\ &= E(Z(\mathbf{x}))^2 - [E(Z(\mathbf{x}))]^2 \\ &= E(Z(\mathbf{x}))^2 - \mu(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (2.4)$$

### Definisi 2.4 (Kovarians) :

Jika suatu fungsi acak memiliki  $Var[Z(\mathbf{x}_i)]$  dan  $Var[Z(\mathbf{x}_j)]$ , maka fungsi acak tersebut memiliki kovarians juga dan merupakan bentuk kedua dari momen kedua. Kovarians didefinisikan pada persamaan (2.5) berikut ini (LeMay, 1995) :

$$\begin{aligned} Cov(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) &= E\left[\left(Z(\mathbf{x}_i) - E(Z(\mathbf{x}_i))\right)\left(Z(\mathbf{x}_j) - E(Z(\mathbf{x}_j))\right)\right] \\ &= E\left[\left(Z(\mathbf{x}_i) - \mu(\mathbf{x}_i)\right)\left(Z(\mathbf{x}_j) - \mu(\mathbf{x}_j)\right)\right] \\ &= E\left[Z(\mathbf{x}_i)Z(\mathbf{x}_j) - Z(\mathbf{x}_i)(E(Z(\mathbf{x}_j))) - (E(Z(\mathbf{x}_i)))Z(\mathbf{x}_j) + (E(Z(\mathbf{x}_i)))(E(Z(\mathbf{x}_j)))\right] \\ &= E\left(Z(\mathbf{x}_i)Z(\mathbf{x}_j)\right) - (E(Z(\mathbf{x}_i)))(E(Z(\mathbf{x}_j))) \\ &= E\left(Z(\mathbf{x}_i)Z(\mathbf{x}_j)\right) - \mu(\mathbf{x}_i)\mu(\mathbf{x}_j) \end{aligned} \quad (2.5)$$

### Definisi 2.5 (Variogram) :

Bentuk momen kedua yang terakhir adalah varians dari selisih dua variabel acak yang dikenal sebagai variogram. Variogram didefinisikan dalam persamaan (2.6) sebagai berikut (LeMay, 1995) :

$$2\gamma(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \text{Var}[Z(\mathbf{x}_i) - Z(\mathbf{x}_j)] \quad (2.6)$$

Menurut Cressie (1993), ada beberapa orang yang mendefinisikan variogram sebagai  $2\gamma(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \text{Var}[(Z(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - Z(\mathbf{x}))^2]$ . Hal ini berlaku jika  $\mu(\mathbf{x})$  adalah konstan,  $\forall \mathbf{x} \in \mathbf{D}$ . Di mana seluruh fungsi di atas tergantung pada lokasi  $\mathbf{x}_i$  dan  $\mathbf{x}_j$ . Variogram dibahas lebih rinci pada Sub Bab 2.5.

## 2.4 Stasioneritas.

Stasioneritas merupakan suatu syarat data geostatistik dapat dianalisis menggunakan kriging maupun cokriging. Data dikatakan bersifat stasioner jika tidak memiliki kecenderungan terhadap *trend* tertentu, atau data berada disekitar nilai rata-rata yang konstan tidak bergantung pada waktu dan variansnya. Ada 3 macam stasioneritas dalam geostatistik, yaitu stasioner kuat (*strict stationarity*), stasioner orde dua (*covariance stationarity*), dan stasioner intrinsik (*intrinsic stationarity*) (Delfiner, 1999 dalam Alfiana, 2010).

Berdasarkan Definisi (2.1), yaitu hanya ada satu realisasi dari variabel acak ( $Z(\mathbf{x})$ ) karena tidak ada pengulangan, sehingga dibutuhkan asumsi pada statistika inferensial. Asumsi yang dibutuhkan adalah adanya homogenitas spasial. Dari asumsi homogenitas,  $z(\mathbf{x})$  dan  $z(\mathbf{x} + \mathbf{h})$  dapat dianggap dua realisasi yang berbeda dari variabel acak yang sama (LeMay, 1995).

### Definisi 2.6 (Stasioner Kuat (*Strict Stationarity*)) :

Suatu fungsi acak  $\{Z(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in \mathbf{D}\}$  dikatakan *strictly stationary* dalam daerah pengamatan  $\mathbf{D}$  jika fungsi distribusi kumulatif adalah sama (*invariant*) untuk sembarang nilai  $\mathbf{h}$ , di mana  $\mathbf{h}$  adalah suatu konstanta dan  $\mathbf{x}_i$  adalah lokasi pengamatan. Dapat diartikan bahwa setiap penambahan  $\mathbf{h}$ , distribusi  $z_1(x_1), z_2(x_2), \dots, z_k(x_n)$  sama dengan distribusi  $z_1(x_1 + h), z_2(x_2 + h), \dots, z_k(x_n + h)$  sehingga dapat dinyatakan dalam persamaan (2.7) sebagai berikut.

$$F_{x_1, x_2, \dots, x_n}(z_1, z_2, \dots, z_k) = F_{x_1+h, x_2+h, \dots, x_n+h}(z_1, z_2, \dots, z_k) \quad (2.7)$$

*Strick stationary* dapat disebut juga dengan *strong stationarity* atau *wide sense stationarity* (LeMay, 1995).

**Definisi 2.7 (Stasioner Orde Dua (*Second Order Stasionarity*)) :**

Dalam beberapa literatur stasioner orde dua (*second order stasionarity*) dikenal sebagai *covariance stasionarity*. Jenis stasioneritas ini lebih lemah daripada *strict stationarity*. Menurut LeMay (1995), suatu fungsi acak disebut stasioner orde dua jika memenuhi asumsi berikut ini :

$$1. E[Z(\mathbf{x})] = \mu(\mathbf{x}) = \mu, \forall \mathbf{x} \text{ atau } E[Z(\mathbf{x}_i) - Z(\mathbf{x}_j)] = 0, \forall \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j$$

di mana  $\mu$  adalah rata-rata yang sebenarnya dari suatu distribusi. Hal ini menunjukkan bahwa ekspektasi bernilai konstan untuk semua lokasi  $\mathbf{x}$ . Sehingga diperoleh asumsi yang kedua.

$$2. E[(Z(\mathbf{x}) - \mu)(Z(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - \mu)] = Cov(\mathbf{h})$$

$$E[Z(\mathbf{x})Z(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - \mu^2] = Cov(\mathbf{h}), \forall \mathbf{x} \quad (2.8)$$

Kovarians pada persamaan (2.8) untuk  $Z(\mathbf{x})$ ,  $Z(\mathbf{x} + \mathbf{h})$  hanya tergantung pada jarak  $\mathbf{h}$  dan tidak bergantung pada lokasi  $\mathbf{x}$ .

**Definisi 2.8 (Stasioner Lemah (*Intrinsic Stasionarity*)) :**

Suatu variabel acak  $Z(\mathbf{x})$  disebut stasioner intrinsik jika mengikuti kondisi berikut :

$$1. E[Z(\mathbf{x})] = \mu, \forall \mathbf{x}$$

$$2. [Z(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - Z(\mathbf{x})]$$

Artinya adalah dikatakan stasioner intrinsik jika variabel acak tersebut mempunyai nilai tengah ( $\mu$ ) dan varians setiap kenaikan  $Z(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - Z(\mathbf{x})$  tidak bergantung pada  $\mathbf{x}$ , sehingga dapat dinyatakan dalam persamaan (2.9) sebagai berikut :

$$Var[Z(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - Z(\mathbf{x})] = 2\gamma(\mathbf{h}), \forall \mathbf{x} \quad (2.9)$$

Menurut LeMay (1995), stasioneritas yang paling lemah adalah stasioner intrinsik.



## 2.5 Variogram

Variogram memegang peranan utama dalam analisis data geostatistik. Secara teori, menurut Wackernagel (1995) variogram adalah metode analisis keragaman data spasial yang didasarkan pada pengukuran jarak. Variogram berperan dalam menentukan jarak di mana nilai antar data pengamatan tidak saling berkorelasi (Munadi, 2005 dalam Alfiana, 2010). Analisis variogram dilakukan ketika asumsi stasioner intrinsik dalam residual terpenuhi (Andayani, 2002). Variogram dilambangkan dengan  $2\gamma(\cdot)$ , sedangkan setengah dari variogram disebut sebagai semivariogram yang dilambangkan dengan  $\gamma(\cdot)$ .

### 2.5.1 Sifat-sifat Variogram.

Menurut Zimmerman dan Stein (2010), variogram dikatakan tepat, jika memenuhi sifat-sifat berikut ini :

1.  $\gamma(\cdot)$  berada dalam kondisi semi definite negatif, yaitu

$$\sum_i \sum_j \lambda_i \lambda_j \gamma(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) \leq 0, \text{ untuk seluruh } \mathbf{x}_i \in X \text{ dan seluruh } \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_i$$

sehingga  $\sum_i \lambda_i = 0$

2.  $\gamma(0) = 0$

3.  $\gamma(-h) = \gamma(h)$

4.  $\lim \left\{ \gamma(h) / \|h\|^2 \right\} = 0$  sama dengan  $\|h\| \rightarrow \infty$

Terdapat 2 jenis variogram, yaitu variogram eksperimental dan variogram teoritis.

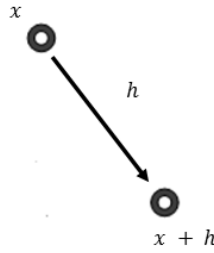
### 2.5.2 Variogram Eksperimental.

Variogram eksperimental didapatkan dari hasil pengukuran korelasi spasial antara dua data yang terpisahan oleh jarak ( $\mathbf{h}$ ) tertentu. Varians data spasial dapat dihitung dengan menghitung jarak antar pasangan data ( $\gamma_{ij}^*$ ) Misalkan  $z_i$  dan  $z_j$  merupakan pasangan data yang berlokasi pada  $\mathbf{x}_i$  dan  $\mathbf{x}_j$

dalam daerah pengamatan  $\mathbf{D}$ , maka jarak antar data tersebut dapat dinyatakan dalam persamaan (2.10) sebagai berikut (Isaaks dan Srivastava, 1989) :

$$\gamma_{ij}^* = \frac{(z_i - z_j)^2}{2} \quad (2.10)$$

$\mathbf{x}_i$  dan  $\mathbf{x}_j$  dapat dihubungkan oleh vektor  $\mathbf{h}$ , dimana vektor  $\mathbf{h}_{ij} = \mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i$  seperti yang disajikan pada Gambar 2.4.



Gambar 2.4. Ilustrasi Vektor  $\mathbf{h}$  Menghubungkan  $\mathbf{x}_i$  ke  $\mathbf{x}_j = \mathbf{x}_i + \mathbf{h}$

sehingga persamaan (2.10) menjadi

$$\gamma_{ij}^* = \frac{(z(\mathbf{x}_i + \mathbf{h}) - z(\mathbf{x}_i))^2}{2}$$

Tanda dari vektor  $\mathbf{h}$  dapat diabaikan karena jarak merupakan kuadrat dari selisih (sesuai dengan sifat variogram yang ketiga), sehingga didapatkan

$$\gamma^*(-\mathbf{h}_{ij}) = \gamma^*(+\mathbf{h}_{ij})$$

Semua  $N(\mathbf{h})$  pasangan titik-titik data yang dapat dihubungkan oleh vektor  $\mathbf{h}$  dikumpulkan dalam kelas-kelas pada vektor  $\mathbf{h}$  dapat membentuk rata-rata jarak  $\gamma^*(\mathbf{h}_{ij})$ . Kelas-kelas dalam vektor  $\mathbf{h}$  mempunyai panjang interval yang sama dan tidak saling tumpang tindih. Rata-rata jarak  $\gamma^*(\mathbf{h}_{ij})$  yang dihitung dapat digunakan untuk menghitung nilai semivariogram eksperimental, yang dinyatakan sebagai berikut :

$$\gamma^*(\mathbf{h}_k) = \frac{1}{2N(\mathbf{h})} \sum_{(i,j) | \mathbf{h}_{ij} = \mathbf{h}} (z(\mathbf{x}_i + \mathbf{h}) - z(\mathbf{x}_i))^2 \quad (2.11)$$

di mana  $\mathbf{h}_{ij} \in \mathbf{h}_k$ . Jika dinyatakan dalam nilai datanya, maka diperoleh persamaan berikut ini :

$$\gamma(\mathbf{h}) = \frac{1}{2N(\mathbf{h})} \sum_{(i,j)|\mathbf{h}_{ij}=\mathbf{h}} (z_i - z_j)^2 \quad (2.12)$$

Persamaan (2.12) juga bisa diturunkan dari persamaan variogram (2.9). Berdasarkan sifat stasioner orde dua yaitu  $E[Z(\mathbf{x})] = E[Z(\mathbf{x} + \mathbf{h})]$ , sehingga diperoleh :

$$2\gamma(\mathbf{h}) = E[Z(\mathbf{x}) - Z(\mathbf{x} + \mathbf{h})]^2$$

Sedangkan untuk semivariogram, dimisalkan  $V = [Z(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - Z(\mathbf{x})]^2$  di mana  $E(V) = \mu$ , sehingga diperoleh:

$$2\gamma(\mathbf{h}) = E(V)$$

$$2\gamma(\mathbf{h}) = \frac{1}{N(\mathbf{h})} \sum_{(i,j)|\mathbf{h}_{ij}=\mathbf{h}} V$$

$$2\gamma(\mathbf{h}) = \frac{1}{N(\mathbf{h})} \sum_{(i,j)|\mathbf{h}_{ij}=\mathbf{h}} (z(\mathbf{x}_i + \mathbf{h}) - z(\mathbf{x}_i))^2$$

$$\gamma(\mathbf{h}) = \frac{1}{2N(\mathbf{h})} \sum_{(i,j)|\mathbf{h}_{ij}=\mathbf{h}} (z(\mathbf{x}_i + \mathbf{h}) - z(\mathbf{x}_i))^2$$

$$\gamma(\mathbf{h}) = \frac{1}{2N(\mathbf{h})} \sum_{(i,j)|\mathbf{h}_{ij}=\mathbf{h}} (z_i - z_j)^2$$

Bentuk titik-titik pada data geostatistik ada yang beraturan dan tidak beraturan, tetapi dalam perhitungan variogramnya sama dengan menggunakan persamaan (2.12).

Gambar 2.5. merupakan contoh semivariogram eksperimental. Terdapat 3 (tiga) komponen atau parameter dalam semivariogram, yaitu *sill*, *range*, dan *nugget*. Berikut adalah penjelasan masing-masing parameter :

1. *Sill* adalah nilai semivariogram pada saat besarnya jarak konstan atau pada saat permukaan semivariogram berubah menjadi datar. Digunakan juga untuk menyatakan “*amplitude*” dari komponen tertentu pada semivariogram. Nilai *Sill* dan varians data bisa sama besarnya. Secara matematika, *sill* dilambangkan dengan  $\gamma(\infty) = M$ , yang menginformasikan bahwa dua variabel acak yang dipisahkan oleh jarak yang panjangnya tak berhingga tidak berkorelasi. Dengan

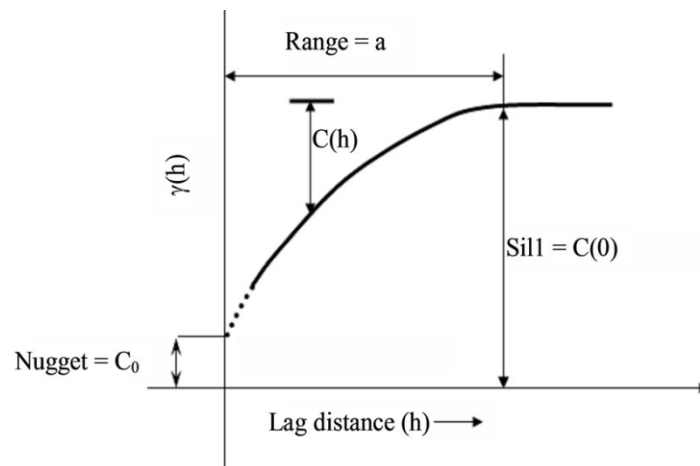
kata lain setelah semivariogram mencapai *sill* mengindikasikan tidak adanya korelasi antar sampel. Hal ini sesuai dengan persamaan (2.9), diperoleh:

$$\gamma(\mathbf{h}) = Cov(0) - Cov(\mathbf{h})$$

$$\gamma(\mathbf{h}) = Cov(0) - \gamma(\infty)$$

$$\gamma(\infty) = Cov(0)$$

Maka dapat disimpulkan, jika suatu fungsi acak intrinsik mencapai *sill*, maka fungsi random tersebut merupakan stasionaritas orde dua. Variogram yang mempunyai *sill* disebut juga sebagai *transition models* (LeMay, 1995).



Gambar 2.5. Semivariogram Eksperimental

2. *Range* adalah jarak atau *lag* pada saat semivariogram mencapai nilai *sill*, dengan asumsi bahwa autokorelasi sama dengan 0 di luar *range*.
3. *Nugget* adalah nilai semivariogram di mana lag mendekati nol. *Nugget* menunjukkan varians pada jarak atau *lag* yang sangat kecil (*microscale*), termasuk kesalahan dalam pengukuran.

Terdapat 2 (dua) cara dalam memploting variogram eksperimental, yaitu :

- a) Standart, memplotkan rata-rata perbedaan kuadrat ( $\gamma(\mathbf{h})$ ) dengan kelas jarak ( $\mathbf{h}$ ). Keuntungan dari cara yang pertama ini adalah semua informasi dapat disintesa ke dalam satu titik per kelas, namun kerugiannya detail informasi akan hilang.

- b) Awan variogram (*variogram cloud*), memplotkan “awan” setiap selisih kuadrat  $\left([Z(\mathbf{x}_i + \mathbf{h}) - Z(\mathbf{x}_i)]^2\right)$  dengan kelas jarak ( $\mathbf{h}$ ). Keuntungan cara yang kedua ini adalah dapat memperlihatkan efek *outlier* dengan jelas.

Contoh cara menghitung dan membuat plot variogram eksperimental dapat dilihat pada Lampiran 1. Namun dalam memplotkan variogram eksperimental memperhatikan beberapa masalah yang mungkin dapat menyebabkan variogram eksperimental tidak sesuai. Permasalahan tersebut antara lain (Setyadji, 2006) :

- a) *Outlier*, adanya data yang mengandung *outlier* akan membuat lonjakan pada variogram. Oleh karena itu diperlukan pemeriksaan awal tentang kualitas data spasial yang digunakan.
- b) Lonjakan *pseudo-periodic*, masalah ini terjadi akibat adanya periodisitas pada data spasial yang digunakan. Masalah ini biasanya terjadi pada data spasial yang lokasinya sudah “diatur”.
- c) Artefak, merupakan bentuk variogram yang mirip dengan “gigi gergaji”. Masalah ini lebih banyak diakibatkan adanya “kesalahan operator” dalam mengambil atau memasukkan” data dan juga bisa disebabkan adanya data yang bernilai nol.

## 2.6 Variogram Teoritis.

Variogram teoritis merupakan variogram yang mempunyai bentuk kurva mendekati variogram eksperimental. Untuk tujuan analisis lebih lanjut variogram eksperimental harus diganti dengan variogram teoritis. Pengantian ini bertujuan agar model variogram sesuai dengan karakteristik variabel yang diestimasi. Jika tidak maka ada kemungkinan varians yang dihasilkan bernilai negatif (Amstrong, 1998). Terdapat 2 (dua) jenis variogram teoritis, yaitu variogram isotropi dan variogram anisotropi. Menurut LeMay (1995), jika suatu variogram hanya bergantung pada jarak dan tidak pada arah, maka variogram tersebut merupakan variogram isotropi (sama dengan fungsi kovarians). Lawan dari isotropi adalah *non isotropy* atau dikenal dengan anisotropi, yaitu variogram yang bergantung pada jarak dan arah.

### 2.6.1 Variogram Teoritis Isotropi.

Variogram teoritis isotropi terdiri dari 2 (dua) model, yaitu model transisi (*transition models*) dan model tanpa transisi (*non transition models*). Menurut Saufitra (2006), model transisi adalah model yang mencapai puncak (*plateu*) dan sebaliknya model tanpa transisi adalah model yang tidak mencapai puncak. Puncak yang dicapai model disebut sebagai *sill*, sedangkan jarak yang dibutuhkan untuk mencapai *sill* disebut *range*.

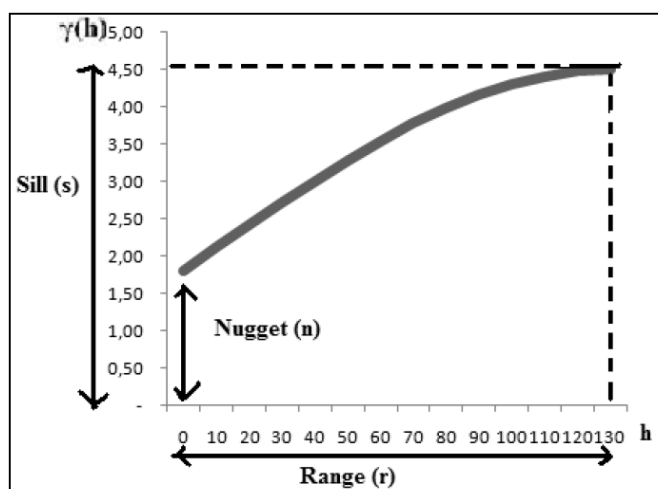
#### 1. Model Transisi (*Transition Models*).

Terdapat 3 (tiga) model dalam semivariogram model transisi, yang dijelaskan sebagai berikut :

##### a. Semivariogram Model Bola (*Spherical Model*).

$$\gamma(\mathbf{h}) = \begin{cases} 0 & , \mathbf{h} = 0 \\ c_0 + \sigma \left\{ 1.5 \left( \frac{\mathbf{h}}{a} \right) - 0.5 \left( \frac{\mathbf{h}}{a} \right)^3 \right\} & , \forall \mathbf{h} \in [0, a] \\ c_0 + \sigma & , \forall \mathbf{h} > a \end{cases} \quad (2.13)$$

Semivariogram model spherical dinyatakan dengan persamaan (2.13), di mana  $c_0 + \sigma$  adalah *sill*,  $c_0$  adalah *nugget*, dan  $a$  adalah *range*. Untuk semua nilai  $c_0$ ,  $\sigma$ , dan  $a$  adalah positif (LeMay, 1995). Pada Gambar 2.6 merupakan bentuk *spherical model*.



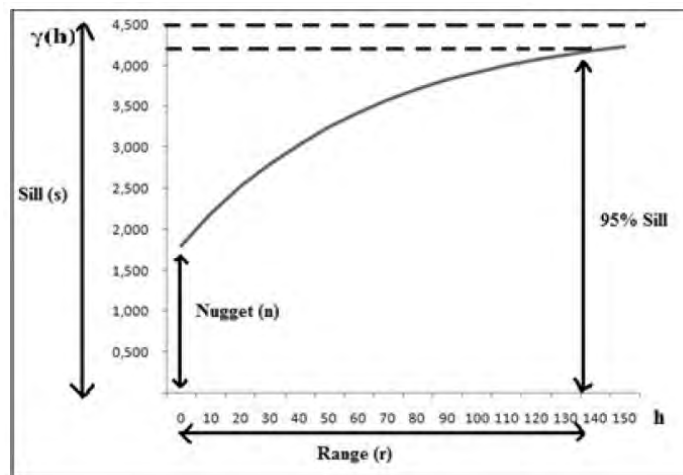
Gambar 2.6. Semivariogram Model Bola (*Spherical Model*)

Menurut Armstrong (1998), *spherical model* merupakan model yang paling sering digunakan. Bentuk *spherical model* secara umum sesuai dengan variabel yang diamati dan mempunyai ekspresi polinomial yang sederhana. Bentuk grafik kenaikannya hampir linier sampai pada satu jarak tertentu, kemudian mencapai nilai tetap. *Sill* berpotongan dengan garis singgung (tangen) pada titik asal (*origin*) pada satu titik dengan absis  $2a\sqrt{3}$  (Setyadji, 2005).

**b. Semivariogram Model Exponensial.**

$$\gamma(\mathbf{h}) = \begin{cases} 0 & , \mathbf{h} = 0 \\ c_0 + \sigma \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{3\mathbf{h}}{a}\right) \right\} & , \mathbf{h} \neq 0 \end{cases} \quad (2.14)$$

Semivariogram model eksponensial dinyatakan dengan persamaan (2.14). Semua nilai  $c_0$ ,  $\sigma$ , dan  $a$  adalah positif. Untuk model ini, *range* merupakan nilai di mana semivariogram mencapai 95 persen dari *sill*, karena *range* secara praktis untuk model ini adalah  $3a$  (LeMay, 1995). *Sill* berpotongan dengan garis singgung di titik asal pada satu titik dengan absis  $a$  (Setyadji, 2005).



Gambar 2.7. Semivariogram Model Exponensial

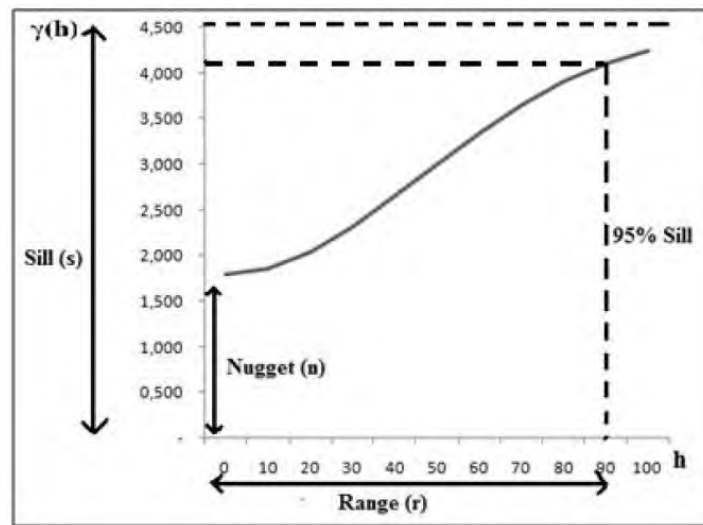
Bentuk semivariogram model eksponensial tersaji dalam Gambar 2.7. Bentuk model ini hampir mirip dengan *spherical model*, hanya pada model eksponensial nilai awal semivariogram akan meningkat lebih cepat tetapi hanya mengarah pada *sill* dan tidak benar-benar mencapai nilai tersebut (Armstrong, 1998).

### c. Semivariogram Model Gaussian

$$\gamma(\mathbf{h}) = \begin{cases} 0 & , \mathbf{h} = 0 \\ c_0 + \sigma \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{(3\mathbf{h})^2}{a^2}\right) \right\} & , 0 < \mathbf{h} < a \end{cases} \quad (2.15)$$

Semivariogram model gaussian dinyatakan dengan persamaan (2.15). Model gaussian merupakan bentuk kuadrat dari eksponensial yang menghasilkan bentuk parabolik pada jarak yang dekat. Model ini menggambarkan fenomena variabel yang bersifat kontinu secara ekstrim (Amstrong, 1998).

Gambar 2.8 memperlihatkan bentuk semivariogram model gaussian. Pada model ini, nilai *range* secara praktis adalah  $1,73a$ . Berdasarkan hasil eksperimen, sering kali terjadi ketidakstabilan secara numerik bilamana model ini digunakan tanpa efek *nugget* (Setyadi, 2005).



Gambar 2.8. Semivariogram Model Gaussian

## 2. Model Tanpa Transisi (*Non Transition Models*)

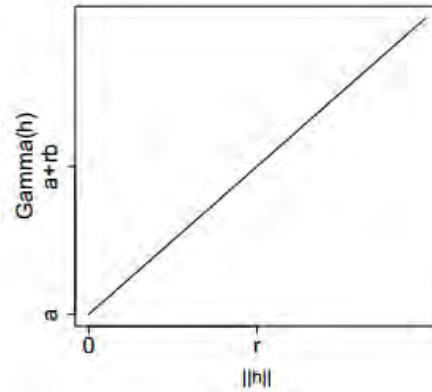
Pada variogram model tanpa transisi tidak terdapat *sill* hanya berupa intrinsik. Model ini mengizinkan varians yang tidak terbatas (*infinite variance*). Model yang sering digunakan adalah :

### a. Semivariogram Model Linear

$$\gamma(\mathbf{h}) = \begin{cases} 0 & , \mathbf{h} = 0 \\ a + b\|\mathbf{h}\| & , \mathbf{h} \neq 0 \end{cases} \quad (2.16)$$



Semivariogram model linier dinyatakan dengan persamaan (2.16), di mana  $a \geq 0, b \geq 0$ . Model linear tidak mencapai *sill*, sehingga parameter kedua dilambangkan dengan  $b$  (*slope*) daripada  $\sigma^2$  (Graham, 2014). Gambar 2.9 menyajikan bentuk semivariogram model linier

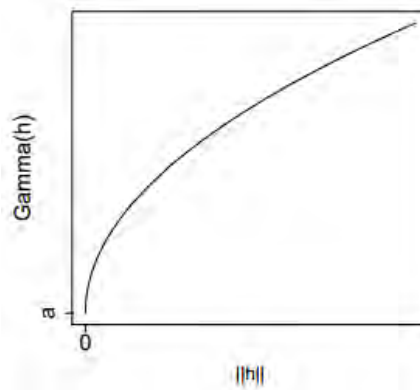


Gambar 2.9. Semivariogram Model Linier

**b. Semivariogram Model Pangkat (*Power Model*)**

$$\gamma(\mathbf{h}) = \begin{cases} 0 & , \mathbf{h} = 0 \\ c_0 + b_p |\mathbf{h}|^\theta & , \mathbf{h} \neq 0 \end{cases} \quad (2.17)$$

Semivariogram model pangkat dinyatakan dengan persamaan (2.17), di mana  $c_0 \geq 0$ ,  $0 \leq \theta < 2$ , dan  $b \geq 0$ . Merupakan kasus khusus dari model linier, tidak mencapai *sill*, sehingga parameter kedua dilambangkan dengan  $b$  daripada  $\sigma^2$ . Pangkat yang digunakan adalah sembarang nilai antara 0 sampai dengan 2 untuk mendapatkan model semivariogram yang valid, sedangkan  $b_p$  adalah *slope* dari semivariogram model linier (LeMay, 1995). Bentuk semivariogram model ini dapat dilihat pada Gambar 2.10. Menurut Graham (2014), model semivariogram linier dan pangkat bisa digunakan jika tidak ada korelasi jarak jauh atau jika titik-titik sampel tidak dikumpulkan pada suatu jarak yang cukup jauh dimana satu titik untuk mencapai titik pasangannya tersebut tidak berkorelasi.

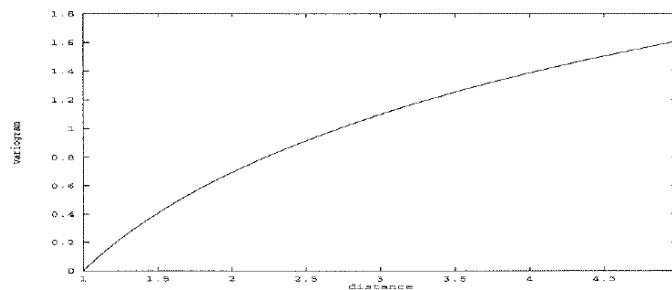


Gambar 2.10. Semivariogram Model Pangkat

**c. Semivariogram *Logaritmik Model***

$$\gamma(\mathbf{h}) = \log(\mathbf{h}) \quad (2.18)$$

Semivariogram *logaritmik model* dinyatakan dengan persamaan (2.18). Dalam model ini  $\lim_{h \rightarrow \infty} h = -\infty$ , sehingga disebut juga “*regularized*” model (LeMay, 1995). Gambar 2.11 merupakan bentuk dari semivariogram *logaritmik model*.



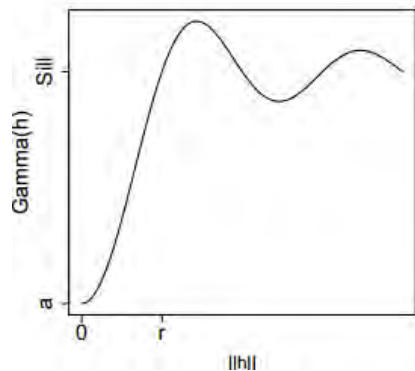
Gambar 2.11. Semivariogram *Logaritmik Model*

**d. Semivariogram *Hole Effect Model (Wave)***

$$\gamma(\mathbf{h}) = 1 - \frac{\sin(\mathbf{h})}{\mathbf{h}} \quad (2.19)$$

Model ini biasanya digunakan ketika terdapat kecenderungan waktu tertentu (*periodicity*) pada data yang mengakibatkan terjadinya efek lubang (*hole effect*) (LeMay, 1995). Semivariogram *hole effect model* dinyatakan dengan persamaan (2.19). Model ini digunakan ketika kenaikan pada semivariogram tidak monoton dan dapat terjadi jika *sill* ada maupun tidak. Jika *sill* ada maka *hole*

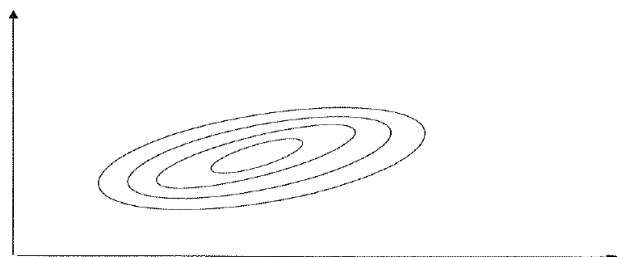
*effect* muncul ketika semivariogram meningkat di atas nilai *sill* kemudian jatuh dikarenakan adanya lubang pada kovarians (Setyadi, 2005). Bentuk semivariogram model *hole effect* tersaji pada Gambar 2.12.



Gambar 2.12. Semivariogram *Hole Effect Model*

### 2.6.2 Variogram Teoritis Anisotropi

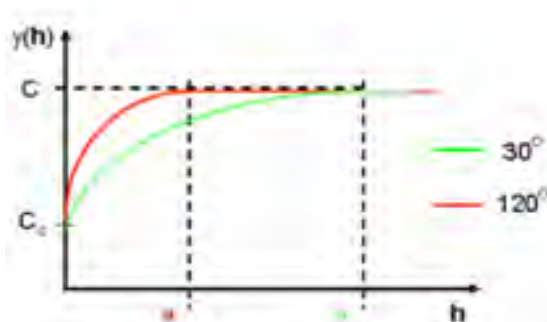
Variabel acak dikatakan anisotropi jika varians tidak sama pada setiap arah. Nilai varians tergantung baik pada jarak maupun arah. Contoh bentuk anisotropi, adalah ketika suatu kontur pada variogram berbentuk ellips pada berbagai jarak, seperti yang disajikan pada Gambar 2.13. Pada sumbu mayor axis dari ellips varians sedikit demi sedikit meningkat dan pada sumbu minor axis dari ellips varians meningkat secara cepat. Hal ini menggambarkan sumbu mayor dan minor pada anisotropi (LeMay, 1995). Contoh anisotropi adalah : pemantauan polusi udara berdasarkan arah angin, kadar mineral pada area sungai, kontaminasi pada media penyerapan, dan lain-lain.



Gambar 2.13. Kontur Variogram pada Anisotropi

Variogram anisotropi pada dasarnya dibagi menjadi dua, yaitu variogram anisotropi geometris dan variogram anisotropi zonal. Menurut Journel dan

Huijbregts (1978), anisotropi merupakan metode pengurangan atau pengkoreksian isotropi yang dapat dilakukan dengan transformasi linier koordinat  $(h_u, h_v, h_w)$  dari vektor  $\mathbf{h}$  pada variogram anisotropi geometris dan juga dapat dilakukan dengan menggunakan perwakilan masing-masing arah varians secara terpisah pada variogram anisotropi zonal. Menurut Isaaks dan Srivastava (1989), variogram anisotropi geometris dicirikan oleh dua variogram yang mempunyai *sill* yang bernilai konstan tetapi *range* yang berubah menurut arahnya. Pada variogram model linier, anisotropi geometris terjadi pada arah yang berlainan, tetapi memiliki *slope* yang berbeda (Setyadji, 2005).

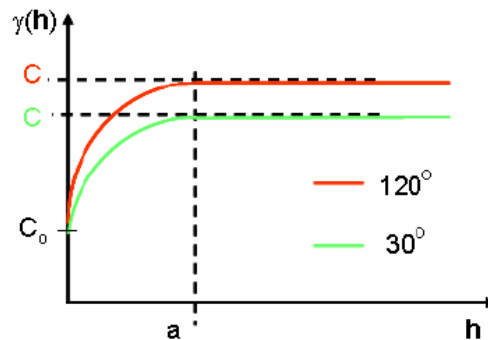


Gambar 2.14. Semivariogram Anisotropi Geometris.

Gambar 2.14 merupakan ilustrasi semivariogram anisotropi geometris, dimana terdapat 2 (dua) semivariogram dengan model dan *sill* yang sama tetapi mempunyai *range* yang berbeda yaitu antara arah sudut  $30^0$  dan  $120^0$ . Pada semivariogram dengan sudut  $30^0$  menghasilkan *range* yang lebih besar dibandingkan dengan semivariogram dengan sudut  $120^0$ . Arah yang dihasilkan sudut  $30^0$  ini disebut sebagai arah dengan kontinuitas maksimum, sedangkan arah yang dihasilkan sudut  $120^0$  disebut sebagai arah dengan kontinuitas minimum. *Range* untuk kontinuitas maksimum disebut *major range* dan untuk kontinuitas minimum disebut *minor range* (Ruzi, 2008).

Berlawanan dengan semivariogram anisotropi geometris, semivariogram anisotropi zonal dicirikan oleh dua semivariogram yang mempunyai *sill* berubah-ubah menurut arah sementara *range* bernilai konstan (Isaaks dan Srivastava, 1989). Gambar 2.15 merupakan ilustrasi semivariogram pada anisotropi zonal,

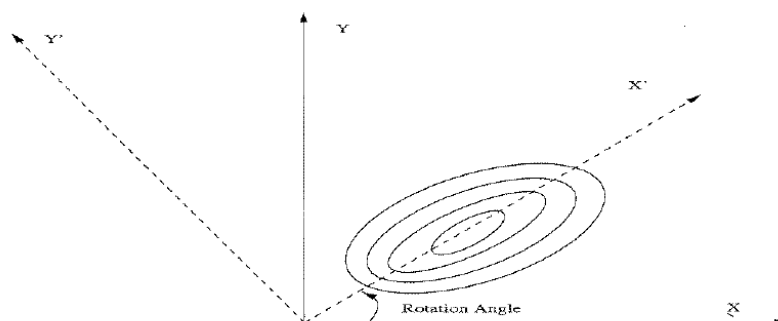
dimana terdapat 2 (dua) semivariogram dengan model dan *range* yang sama tetapi mempunyai *sill* yang berbeda. Semivariogram anisotropi zonal sangat jarang ditemukan pada kejadian secara umum.



Gambar 2.15. Semivariogram Anisotropi Zonal.

Berdasarkan definisi di atas, variogram anisotropi geometris dapat dikoreksi dengan transformasi linier sederhana sedangkan variogram anisotropi zonal tidak. Menurut Zimmerman (1993) dalam LeMay (1995), anisotropi zonal sebaiknya diabaikan agar mudah untuk mendeskripsikan *range* anisotropi, *sill* anisotropi, dan *nugget* anisotropi. Pada tulisan ini hanya membahas tentang variogram anisotropi geometris.

#### 2.6.2.1 Variogram Anisotropi Geometris.



Gambar 2.16. Rotasi pada Sumbu Axis Mayor dan Minor dari Anisotropi pada Dimensi 2

*Range* pada variogram anisotropi geometris digambarkan sebagai fungsi dari arah, dengan memanfaatkan bentuk geometris ellips pada dimensi 2 (dua).

Melalui bentuk geometris ellips, maka dengan menggunakan transformasi koordinat sederhana dapat diperoleh bentuk geometri lingkaran yang sekaligus mengeliminir sifat anisotropi geometris tersebut (Setyadji, 2005). Secara sederhana tersaji pada Gambar 2.16, yang menunjukkan rotasi pada sumbu axis mayor dan minor dari anisotropi pada dimensi 2 (dua).

Cara untuk mengeliminir atau mengkoreksi sifat variogram anisotropi geometris dapat dilakukan dengan cara berikut :

### 1. Rotasi pada koordinat sumbu axis.

Rotasi pada koordinat sumbu axis menggunakan matriks transformasi pada dimensi 2 (dua) adalah sebagai berikut :

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

di mana  $\theta$  adalah sudut dari rotasi, sedangkan matriks transformasi pada dimensi 3 (tiga) adalah sebagai berikut :

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha)\cos(\phi) & \sin(\alpha)\cos(\phi) & \sin(\phi) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ -\cos(\alpha)\sin(\phi) & -\sin(\alpha)\sin(\phi) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

di mana  $\alpha$  adalah sudut dari rotasi pada sumbu  $XY$  dan  $\phi$  adalah rotasi pada sumbu  $ZX$

### 2. Transformasi pada lokasi.

Tujuan transformasi ini adalah untuk membakukan *range*, yaitu mengurangi *range* dimana akan mencapai *sill* pada nilai 1. Jika dinyatakan dalam bentuk matriks, maka matriks transformasi koordinat pada dimensi 2 (dua) adalah sebagai berikut :

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \frac{1}{a_x} & 0 \\ 0 & \frac{1}{a_y} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

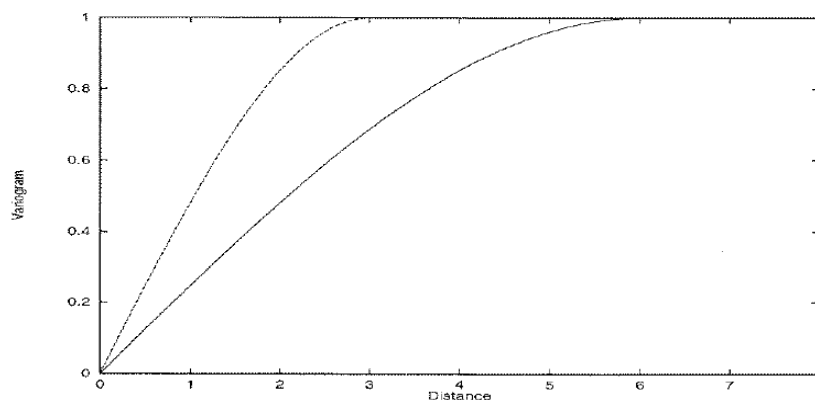
Sedangkan matriks transformasi koordinat pada dimensi 3 (tiga) adalah sebagai berikut :

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \frac{1}{a_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{a_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{a_z} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Secara umum, koordinat baru hasil transformasi dinyatakan sebagai  $\mathbf{h}'$  di mana:

$$\mathbf{h}' = \mathbf{T}\mathbf{N}\mathbf{h} \quad (2.24)$$

$\mathbf{T}$  dan  $\mathbf{N}$  tidak bisa dibolak balik, transformasi harus dilakukan sesuai dengan urutan. Gambar 2.17 memperlihatkan bahwa nilai *sill* pada kedua variogram sama dengan 1, namun nilai *range* jika dilihat pada arah berbeda, arah timur/barat (E-W/ *Easting*) *range* dicapai pada 3 sedangkan arah utara-selatan (N-S/ *Northing*) *range* dicapai pada nilai 6. Misalkan masing-masing variogram pada gambar tersebut mewakili variogram pada sumbu  $X$  dan sumbu  $Y$ . Pada sumbu  $X$  *sill* dicapai pada *range* 3, dan pada sumbu  $Y$ , *sill* dicapai pada *range* 6. Untuk membakukan *range*, koordinat sumbu  $X$  dibagi oleh nilai 3 dari *range* dan koordinat sumbu  $Y$  dibagi dibagi oleh nilai 6 dari *range*. Sehingga masing-masing sumbu mencapai *sill* pada *range* 1.

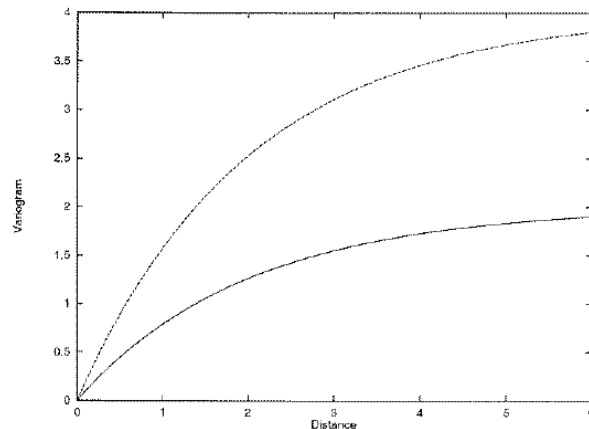


Gambar 2.17. Ilustrasi Variogram Anisotropi Geometris

Berikut ini adalah deskripsi *range* anisotropi, *sill* anisotropi, dan *nugget* anisotropi pada anisotropi geometris :

**a. Sill Anisotropi.**

Gambar 2.18 menyajikan contoh anisotropi dalam *sill*. Nilai *sill* berbeda pada dua arah. Variogram pada arah timur/barat (E/W) adalah dengan garis titik-titik, sedangkan semivariogram pada arah utara-selatan (N/S) adalah garis penuh.



Gambar 2.18. Variogram Anisotropi dalam *Sill*

Menurut Zimmerman dan Stein (2010) pada LeMay (1995), pada variogram yang terdapat *sill*, seperti yang telah dijelaskan termasuk dalam stasionaritas orde dua. *Sill* anisotropi bisa merupakan bukti adanya kecenderungan (*trend*) dalam data, korelasi spasial yang kecil atau terdapat galat pengukuran yang berkorelasi atau tidak stasioner dalam rata-rata.

Jika variogram eksperimental yang mempunyai *sill* yang tidak seimbang dihitung, maka hasil analisisnya akan menunjukkan adanya *trend* dalam data. Hal ini yang menjadi bukti pertama adanya *sill* anisotropi. Suatu *trend* dalam data menunjukkan tidak terpenuhinya asumsi stasionaritas, dan akan menyebabkan korelasi spasial yang kecil. Data seperti ini seharusnya mengabaikan asumsi stasionaritas, memeriksa *trend*, menghilangkan *trend* tersebut dan melanjutkan dengan menganalisis residualnya sebagai suatu data baru. Hal ini mengarah pada variogram eksperimental isotropi. Galat pengukuran yang berkorelasi atau galat pengukuran yang tidak stasioner dalam rata-rata merupakan bukti lain dari *sill* anisotropi.

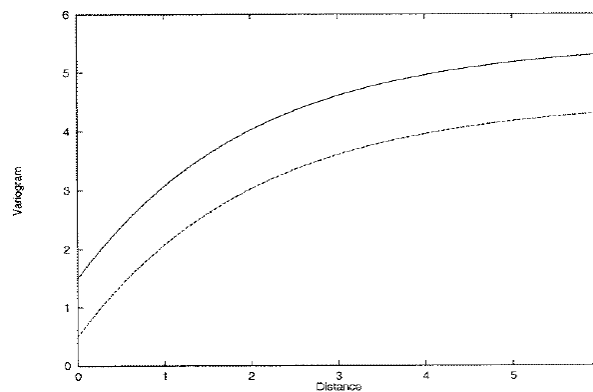


**b. Range Anisotropi.**

Berdasarkan pada Gambar 2.18 diatas, variogram dalam dua arah mencapai *sill* yang sama, tetapi berbeda *range*. *Range* anisotropi merupakan tipe anisotropi yang tidak bisa dikoreksi dengan transformasi linier.

**c. Nugget Anisotropi.**

Suatu efek *nugget* bersifat tidak kontinu pada awalnya. Hal ini membentuk keragaman pada jarak atau *lag* yang sangat kecil (*microscale*). *Directional variogram* tidak hanya mempunyai efek *nugget*, tetapi juga berbeda pada masing-masing arah. *Nugget* anisotropi menunjukkan adanya galat pengukuran yang berkorelasi. Galat Pengukuran ini berbeda dengan *white noise*. Galat pengukuran yang berkorelasi dapat ditemukan antar baris, kolom, maupun keduanya. Bentuk *nugget* anisotropi tersaji dalam Gambar 2.19.



Gambar 2.19. Variogram Anisotropi dalam *Nugget*

## 2.7 Hubungan Variogram dengan Kovarians.

Menurut LeMay (1995), berdasarkan definisi stasioner orde dua, didapatkan beberapa hal yang penting. Jika diasumsikan bahwa fungsi acak adalah stasioner orde dua, maka hubungan antara fungsi variogram dan kovarians dapat dinyatakan sebagai berikut:

Berdasarkan persamaan (2.4) diperoleh :

$$\begin{aligned} Var[Z(\mathbf{x})] &= E[(Z(\mathbf{x}) - \mu)^2] \\ &= E[Z(\mathbf{x})^2 - 2Z(\mathbf{x})\mu + \mu^2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= E[Z(\mathbf{x})^2] - 2\mu E[Z(\mathbf{x})] + \mu^2 \\
&= E[Z(\mathbf{x})^2] - \mu^2
\end{aligned}$$

Untuk  $\mathbf{h} = \mathbf{0}$ , dari persamaan (2.8) didapatkan :

$$\begin{aligned}
Cov(0) &= E[(Z(\mathbf{x}) - \mu)(Z(\mathbf{x}) - \mu)] \\
&= E[Z(\mathbf{x})^2 - 2\mu Z(\mathbf{x}) + \mu^2] \\
&= E[Z(\mathbf{x})^2 - 2E(Z(\mathbf{x}))Z(\mathbf{x}) + (E(Z(\mathbf{x})))^2] \\
&= E[Z(\mathbf{x})^2] - 2[E(Z(\mathbf{x}))]^2 + [E(Z(\mathbf{x}))]^2 \\
&= E[Z(\mathbf{x})^2] - [E(Z(\mathbf{x}))]^2 \\
Cov(0) &= Var(Z(\mathbf{x})) \tag{2.25}
\end{aligned}$$

Hal ini menyatakan bahwa varians dari variabel acak spasial, di bawah asumsi stasioner orde dua merupakan fungsi kovarians tanpa adanya perubahan lokasi (*translation*). Sehingga dapat disimpulkan bahwa jika suatu variabel acak memenuhi asumsi stasioner orde dua maka akan selalu memenuhi asumsi stasioner instrinsik. Namun hal ini tidak berlaku sebaliknya karena variabel acak yang memenuhi asumsi stasioner orde dua tergantung pada jarak  $\mathbf{h}$ . Untuk pembuktian akan diuraikan pada Bab IV.

## 2.8 Konsep Interpolasi.

Interpolasi merupakan metode estimasi suatu nilai yang tidak diketahui atau tidak disampel dengan menggunakan nilai-nilai yang diketahui atau disampel yang berada disekitarnya. Titik-titik yang berada disekitarnya bisa berbentuk *reguler* maupun *irregular*. Keakuratan hasil interpolasi tergantung pada bilangan dan penyebaran titik-titik yang diketahui nilainya serta fungsi matematika yang digunakan dalam mengestimasi model (Aronof, 1989 dalam Jaya, 2002).

Menurut Anderson (2001), terdapat dua asumsi dalam interpolasi spasial, yaitu atribut data bersifat kontinu di dalam ruang jarak (*space*) dan atribut saling berkorelasi secara spasial. Dari kedua asumsi tersebut dapat diindikasikan bahwa, estimasi terhadap atribut data dapat dilakukan berdasarkan lokasi disekitarnya dan pada titik-titik yang berdekatan mempunyai kemiripan lebih besar dari pada titik-

titik yang jauh terpisah. Metode interpolasi terbagi menjadi 2 (dua) yaitu metode deterministik yang terdiri dari *Inverse Distance Weighted* (IDW), *Natural Neighbor* (NN) : *poligon thiessen*, *Trend surface analysis*, *Linier*, dan *Spline* serta metode geostatistik yang menggunakan metode stokastik autokorelasi spasial yang terdiri dari kriging dan cokriging (Jaya, 2002).

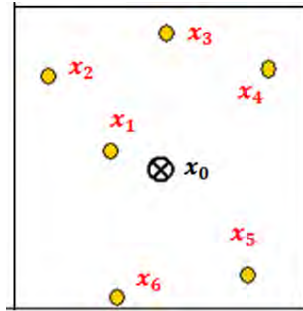
## 2.9 Kriging.

Menurut Alemi, et al. (1988), kriging adalah teknik interpolasi linear yang menggunakan autokorelasi spasial antar pengamatan untuk mengestimasi variabel di lokasi yang tidak diambil sampelnya tanpa bias dan varians minimum. Kata “kriging” berasal dari D.G. Krige, seorang insinyur pertambangan dari Afrika Selatan yang pada tahun 1950 mengembangkan metode empiris untuk pendugaan kadar mineral pada lokasi yang tidak diketahui dengan menggunakan kadar mineral dari lokasi yang diketahui yang terdekat. Metode awal Krige ini sekarang dikenal dengan *ordinary kriging* (Wackernagel, 1995). Kriging dikembangkan lagi menjadi tiga jenis berdasarkan variabel ter regionalnya, yaitu *ordinary kriging*, *universal kriging*, dan *blok kriging*. Dalam *ordinary kriging*, estimator dibangun untuk variabel ter regional yang berfluktuasi di sekitar level yang tetap. Pada *universal kriging*, estimator dibangun untuk kasus dengan tren yang jelas dalam variabel ter regional. Sedangkan estimator pada *blok kriging* dibangun untuk mengestimasi rata-rata spasial variabel ter regional (Omre 1984). Pada penelitian ini hanya membahas tentang *ordinary kriging*.

### 2.9.1 Ordinary Kriging.

*Ordinary kriging* menurut Lloyd dan Atkinson (2001) adalah metode estimasi dari suatu nilai variabel pada lokasi tertentu dengan memberi pembobot pada variabel sejenis pada lokasi lain. Digunakan pada kasus di mana data spasial stasioner instrinsik dengan rata-rata  $\mu(x)$  konstan yang nilainya tidak diketahui. Sebagai ilustrasi tersaji pada Gambar 2.20. Anggap  $x_0$  adalah sembarang lokasi pada daerah pengamatan  $\mathbf{D}$ , biasanya  $x_0$  merupakan lokasi yang tidak diketahui

nilai variabelnya tetapi bisa juga diketahui. Sedangkan  $x_1, x_2, \dots, x_6$  adalah lokasi yang diketahui nilai variabelnya. Tujuan dari *ordinary* kriging adalah untuk mengestimasi nilai dari  $Z(x_0)$  pada  $x_0$  berdasarkan fungsi acak yang terdiri dari variabel acak  $Z(x_1), Z(x_2), \dots, Z(x_6)$  pada  $x_1, x_2, \dots, x_6$ . Setiap variabel acak ini mempunyai peluang yang sama di semua lokasi. Nilai variabel yang diduga merupakan kombinasi linier terboboti dari variabel acak pada lokasi pengamatan.



Gambar 2.20. Ilustrasi Estimasi dengan *Ordinary* Kriging

Secara teori *ordinary* kriging berdasarkan pada model geostatistik dengan batasan-batasan sebagai berikut :

- 1) Rata-rata  $\mu(\mathbf{x})$  diasumsikan bernilai tetap
- 2) Semivariogram  $\gamma(\mathbf{h})$  diasumsikan diketahui

Menurut Isaaks dan Srivastava (1989) dalam Saifudin, Ana, Chamidah, dan Khalmah (2013), penduga *ordinary* kriging mempunyai sifat-sifat sebagai berikut :

- 1) Merupakan kombinasi linear dari nilai-nilai data, dijelaskan seperti uraian berikut ini

$$\hat{Z}(\mathbf{x}_0) = \sum_{i=1}^n w_i Z(\mathbf{x}_i) \quad \sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (2.26)$$

di mana :

- $x_i$  : Lokasi pada daerah pengamatan ke- $i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$
- $\hat{Z}(\mathbf{x}_0)$  : nilai penduga variabel pada lokasi  $x_0$
- $Z(\mathbf{x}_i)$  : nilai variabel pada lokasi  $\mathbf{x}_i$
- $w_i$  : pembobot pada lokasi  $\mathbf{x}_i$

- 2) Tidak bias, yaitu memenuhi

$$E[\hat{Z}(\mathbf{x}_0)] = E[Z(\mathbf{x}_0)]$$

- 3) Fungsi dari data yang memenuhi kedua sifat di atas, merupakan estimasi terbaik yang meminimumkan varians dari estimasi galat dinyatakan sebagai berikut :

$$\sigma_\varepsilon^2 = \text{Var}[\hat{Z}(\mathbf{x}_0) - Z(\mathbf{x}_0)] \quad (2.27)$$

Persamaan (2.27) dapat diuraikan menjadi :

$$\begin{aligned} \sigma_\varepsilon^2 &= E[\hat{Z}(\mathbf{x}_0) - Z(\mathbf{x}_0)]^2 \\ &= E[\hat{Z}^2(\mathbf{x}_0) - 2\hat{Z}(\mathbf{x}_0)Z(\mathbf{x}_0) + Z^2(\mathbf{x}_0)] \end{aligned} \quad (2.28)$$

*Ordinary* kriging juga dikenal sebagai *Best Linear Unbiased Predictor* (BLUP), di mana nilai galat dari estimasi diharapkan sama dengan nol. Dari Sifat (1) dan (2) di atas diperoleh :

$$\begin{aligned} E[\hat{Z}(\mathbf{x}_0)] - E[Z(\mathbf{x}_0)] &= 0 \\ E\left[\sum_{i=1}^n w_i Z(\mathbf{x}_i)\right] - E[Z(\mathbf{x}_0)] &= 0 \\ E[Z(\mathbf{x})] \left[\sum_{i=1}^n w_i\right] - E[Z(\mathbf{x})] &= 0 \\ \sum_{i=1}^n w_i &= 1 \end{aligned}$$

Untuk mendapatkan varians galat dari *Ordinary* kriging, langkah-langkahnya adalah sebagai berikut :

- 1) Persamaan (2.26) disubstitusikan ke persamaan (2.28) diperoleh :

$$\begin{aligned} \sigma_\varepsilon^2 &= -\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \frac{1}{2} E[(Z(\mathbf{x}_i) - Z(\mathbf{x}_j))^2] + 2 \sum_{i=1}^n w_i \left( \frac{1}{2} E[(Z(\mathbf{x}_i) - Z(\mathbf{x}_0))^2] \right) \\ &\quad - \frac{1}{2} E[(Z(\mathbf{x}_0) - Z(\mathbf{x}_0))^2] \end{aligned} \quad (2.29)$$

(untuk rincian penurunan rumus dapat dilihat pada akan dibahas lebih lanjut pada Bab IV)

Persamaan (2.29) dapat dinyatakan menjadi :

$$\begin{aligned}
\sigma_\varepsilon^2 &= -\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \gamma(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) + 2 \sum_{i=1}^n w_i \gamma(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0) - \gamma(\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_0) \\
&= -\gamma(\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_0) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \gamma(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) + 2 \sum_{j=1}^n w_j \gamma(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_0)
\end{aligned} \tag{2.30}$$

- 2) Varians estimasi galat ( $\sigma_\varepsilon$ ) diminimumkan dengan kendala  $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ , dapat dilakukan dengan membentuk fungsi berikut ini.

$$\varphi(w_i, \lambda) = \sigma_\varepsilon^2 - 2\lambda(\sum_{i=1}^n w_i - 1) \tag{2.31}$$

di mana  $\lambda$  adalah pengganda *Lagrange*. Kemudian persamaan (2.30) disubsitusi dengan persamaan (2.31) diperoleh persamaan berikut :

$$\begin{aligned}
\varphi(w_i, \lambda) &= \sigma_\varepsilon^2 - 2\lambda(\sum_{i=1}^n w_i - 1) \\
&= -\gamma(\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_0) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \gamma(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) + 2 \sum_{j=1}^n w_j \gamma(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_0) - 2\lambda \left( \sum_{j=1}^n w_j - 1 \right)
\end{aligned} \tag{2.32}$$

- 3) Fungsi  $\varphi(w_i, \lambda)$  selanjutnya didiferensialkan terhadap  $w_i$  dan hasilnya disamakan dengan nol, sehingga didapatkan

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \varphi(w_i, \lambda)}{\partial w_i} &= 0 \\
-2 \sum_{j=1}^n w_j \gamma(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) + 2 \gamma(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0) - 2\lambda &= 0 \\
-\sum_{j=1}^n w_j \gamma(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) + \gamma(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0) - \lambda &= 0 \\
\sum_{j=1}^n w_j \gamma(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) + \lambda &= \gamma(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0), \quad i = 1, 2, \dots, n
\end{aligned} \tag{2.33}$$

- 4) Fungsi  $\varphi(w_i, \lambda)$  selanjutnya didiferensialkan terhadap  $\lambda$  dan hasilnya disamakan dengan nol, sehingga didapatkan

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \varphi(w_i, \lambda)}{\partial \lambda} &= 0 \\
-2 \left( \sum_{i=1}^n w_i - 1 \right) &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-2 \sum_{i=1}^n w_i + 2 &= 0 \\
\sum_{i=1}^n w_i &= 1
\end{aligned} \tag{2.34}$$

- 5) Dari persamaan (2.33) dan (2.34) maka dapat diperoleh sistem persamaan linier sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
\gamma(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_1) w_1 + \gamma(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2) w_2 + \dots + \gamma(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_n) w_n + \lambda &= \gamma(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_0) \\
\gamma(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) w_1 + \gamma(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_2) w_2 + \dots + \gamma(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_n) w_n + \lambda &= \gamma(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_0) \\
\vdots & \\
\gamma(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_1) w_1 + \gamma(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_2) w_2 + \dots + \gamma(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_n) w_n + \lambda &= \gamma(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_0) \\
w_1 + w_2 + \dots + w_n &= 1
\end{aligned} \tag{2.35}$$

- 6) Sistem persamaan linier pada persamaan (2.35) dapat dinyatakan dalam notasi matrik sebagai berikut.

$$\mathbf{P} \mathbf{Q} = \mathbf{S} \tag{2.36}$$

di mana :

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \gamma(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_1) & \gamma(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2) & \dots & \gamma(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_n) & 1 \\ \gamma(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) & \gamma(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_2) & \dots & \gamma(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_n) & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_1) & \gamma(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_2) & \dots & \gamma(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_n) & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \\ \lambda \end{bmatrix}, \text{ dan}$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \gamma(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_0) \\ \gamma(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_0) \\ \vdots \\ \gamma(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_0) \\ 1 \end{bmatrix}$$

Dari persamaan (2.36), diperoleh nilai pembobot dapat diperoleh sebagai berikut :

$$\mathbf{Q} = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{S} \tag{2.37}$$

- 7) Setelah diperoleh pembobot dengan menggunakan *ordinary* kriging, selanjutnya nilai estimasi dapat diperoleh dengan cara mensubsitusi pembobotnya pada persamaan (2.26).

Persamaan varians penduga galat berdasarkan *ordinary* kriging diperoleh dengan mensubstitusi persamaan (2.33) dan (2.34) ke dalam persamaan (2.30), diperoleh persamaan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
\sigma_{\varepsilon}^2 &= -\gamma(\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_0) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \gamma(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) + 2 \sum_{i=1}^n w_i (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0) \\
&= -\gamma(\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_0) - \sum_{i=1}^n w_i (\gamma(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0) - \lambda) + 2 \sum_{i=1}^n w_i \gamma(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0) \\
&= -\gamma(\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_0) - \sum_{i=1}^n w_i \gamma(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0) + \lambda \sum_{i=1}^n w_i + 2 \sum_{i=1}^n w_i \gamma(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0) \\
&= -\gamma(\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_0) - \sum_{i=1}^n w_i \gamma(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0) + \lambda + 2 \sum_{i=1}^n w_i \gamma(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0) \\
&= -\gamma(\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_0) + \sum_{i=1}^n w_i \gamma(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0) + \lambda \tag{2.38}
\end{aligned}$$

## 2.10 Cokriging.

Menurut Isaaks dan Srivastava (1989), cokriging adalah metode pendugaan yang meminimumkan varians dari galat estimasi dengan menggunakan *cross correlation* antara beberapa variabel. Selain itu, jika seluruh variabel yang diukur pada seluruh lokasi sampel tersebut berkorelasi, maka cokriging lebih tepat digunakan daripada kriging (Wackernagel, 1995). Menurut Myer (1982), jika ingin mengurangi varians dari estimasi suatu variabel atau mengestimasi beberapa variabel secara bersamaan maka metode cokriging bisa menjadi salah satu cara.

Interpolasi dengan menggunakan metode *ordinary* kriging memberikan informasi sebaran spasial dan estimasi berbagai macam variabel dalam skala kecil (Goovaerts, 2001 dalam Pang et al., 2009). Namun, pada estimasi pada sebaran dan ukuran sampel dalam skala besar, tentunya akan membutuhkan waktu dan biaya yang mahal untuk menghasilkan estimasi yang tepat tanpa mengorbankan keakuratan data. Oleh karena itu, pengurangan ukuran sampel telah dipertimbangkan sebagai solusi yang efektif (Liu et al, 2006 dalam Pang et al. 2009). Variabel sekunder dapat digunakan untuk meningkatkan ketepatan estimasi dan pengurangan jumlah variabel yang sulit diperoleh melalui metode cokriging



(Li Q Q et al. 2007; Li Y et al.2004, 2006; Jiang et al. 2006; Wu et. 2003 dalam Pang et al. 2009).

### 2.10.1 Pemilihan Variabel Sekunder (Kovariat).

Cokriging menggunakan variabel tambahan atau sekunder yang disebut juga sebagai kovariat (*co-variable*), selain dari variabel utama atau primer (*target value of interest*). Variabel sekunder tersebut digunakan untuk mengestimasi variabel primer pada lokasi yang tidak disampel.

Menurut Rossiter (2007), dalam memilih variabel sekunder dalam cokriging harus memperhatikan dua hal berikut ini :

- 1) Variabel sekunder secara teori mempengaruhi atau berkorelasi dengan variabel primer.
- 2) Variabel sekunder secara empiris mempengaruhi variabel primer. Dapat dilihat melalui diagram pencar untuk menguji korelasi ruang atau spasial serta melalui kovarians spasial (*cross corelogram*).

### 2.10.2 Jenis Cokriging.

Berdasarkan Memarsadeghi (2004), tujuan metode cokriging adalah menemukan pembobot yang sesuai. Pembobot yang sesuai akan meminimumkan varians galat dan hasil estimasi menjadi tidak bias, sehingga terdapat batasan yang dikenakan pada metode cokriging untuk memastikan ketidakhiasan tersebut. Berdasarkan batasannya cokriging dibagi menjadi 3 (tiga), yaitu :

1. *Simple Cokriging*: Tidak ada batasan yang dikenakan pada pembobot. Rata-rata dari data variabel primer dan sekunder diketahui dan konstan dalam domain daerah yang diteliti.
2. *Ordinary Cokriging* : Memberlakukan dua batasan yaitu pada koefisien:

$$\sum_{i=1}^n a_i = 1 \text{ dan } \sum_{j=1}^m b_j = 0 .$$

Metode ini sangat membatasi pengaruh variabel

sekunder dan mengasumsikan rata-rata variabel primer dan sekunder konstan tetapi tidak diketahui nilainya.

3. *Standardized Ordinary Cokriging*: dilakukan dengan menciptakan variabel sekunder baru sehingga memiliki rata-rata yang sama sebagaimana variabel primer. Batasannya adalah bahwa harus menambahkan koefisien sehingga sama dengan satu:  $\sum_{i=1}^n a_i + \sum_{j=1}^m b_j = 1$ .

### 2.10.3 Pembobot Cokriging.

Menurut Isaaks dan Srivastava (1989), estimasi cokriging merupakan kombinasi linier dari data variabel primer dan variabel sekunder yang dinyatakan sebagai berikut :

$$\hat{u}_0 = \sum_{i=1}^n a_i u_i + \sum_{j=1}^m b_j v_j \quad (2.39)$$

di mana  $\hat{u}_0$  adalah estimasi dari  $U$  pada lokasi 0 ;  $u_1, u_2, \dots, u_n$  adalah data variabel primer pada  $n$  lokasi terdekat;  $v_1, v_2, \dots, v_m$  adalah data variabel sekunder pada  $x$  lokasi terdekat;  $a_1, a_2, \dots, a_n$  dan  $b_1, b_2, \dots, b_m$  adalah pembobot cokriging yang harus ditentukan. Galat estimasi dinyatakan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} R = \hat{U}_0 - U_0 &= \sum_{i=1}^n a_i U_i + \sum_{j=1}^m b_j V_j - U_0 \\ &= a_1 U_1 + a_2 U_2 + \dots + a_n U_n + b_1 V_1 + b_2 V_2 + \dots + b_m V_m - U_0 \end{aligned}$$

di mana  $U_1, U_2, \dots, U_n$  adalah variabel acak yang mewakili variabel  $U$  pada  $n$  lokasi terdekat dan  $V_1, V_2, \dots, V_m$  adalah variabel acak yang mewakili variabel  $V$  pada  $m$  lokasi terdekat. Dalam bentuk matrik dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_n & b_1 & b_2 & \dots & b_m & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_n \\ V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_m \\ U_0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{w}^t \mathbf{Z} \quad (2.40)$$

Persamaan (2.39) di atas adalah kombinasi linier dari  $n + m + 1$  variabel acak, yaitu  $U_1, U_2, \dots, U_n, V_1, V_2, \dots, V_m$  dan  $U_0$ . Sehingga diperoleh varians  $R$  yang dinyatakan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \text{Var}(R) &= \text{Var}(\mathbf{w}^t \mathbf{Z}) \\ &= E \left[ \left( \mathbf{w}^t \mathbf{Z} - E(\mathbf{w}^t \mathbf{Z}) \right)^2 \right] \\ &= E \left[ (\mathbf{w}^t \mathbf{Z})^2 - 2(\mathbf{w}^t \mathbf{Z})E(\mathbf{w}^t \mathbf{Z}) + (E(\mathbf{w}^t \mathbf{Z}))^2 \right] \\ &= E \left[ (\mathbf{w}^t \mathbf{Z})(\mathbf{w}^t \mathbf{Z}) - 2E(\mathbf{w}^t \mathbf{Z})E(\mathbf{w}^t \mathbf{Z}) + E(\mathbf{w}^t \mathbf{Z})E(\mathbf{w}^t \mathbf{Z}) \right] \\ &= \left[ E(\mathbf{w}^t \mathbf{Z})(\mathbf{w}^t \mathbf{Z}) - E(\mathbf{w}^t \mathbf{Z})E(\mathbf{w}^t \mathbf{Z}) \right]^t \\ &= \mathbf{w}^t \left[ E(\mathbf{Z})(\mathbf{Z}) - E(\mathbf{Z})E(\mathbf{Z}) \right] \mathbf{w} \\ &= \mathbf{w}^t \left[ \text{Cov}(\mathbf{Z}, \mathbf{Z}) \right] \mathbf{w} \\ &= \mathbf{w}^t \text{Cov}(\mathbf{Z}, \mathbf{Z}) \mathbf{w} \end{aligned}$$

$$\text{Var}(R) = \mathbf{w}^t \mathbf{C}_Z \mathbf{w} \quad (2.41)$$

Di mana  $\mathbf{C}_Z$  adalah matrik kovarians dari  $\mathbf{Z}$ . Dari penyederhanaan persamaan tersebut di atas kemudian didapatkan varians dari estimasi galat dari pembobot cokriging dan kovarians antara variabel acak yang dinyatakan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \text{Var}(R) &= \mathbf{w}^t \mathbf{C}_Z \mathbf{w} \\ \text{Var}(R) &= \text{Var} \left[ \sum_{i=1}^n a_i U_i + \sum_{j=1}^m b_j V_j - U_0 \right] \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_i a_j \text{Cov}(U_i U_j) + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_i b_j \text{Cov}(U_i V_j) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m b_i b_j \text{Cov}(V_i V_j) \\ &\quad 2 \sum_{i=1}^n a_i \text{Cov}(U_i U_0) - \sum_{j=1}^m b_j \text{Cov}(V_j U_0) + \text{Cov}(U_0 U_0) \end{aligned} \quad (2.42)$$

(Pembuktian akan dijabarkan lebih lengkap pada Bab IV).

di mana  $Cov(U_i U_j)$  merupakan autokovarian antara  $U_i$  dan  $U_j$ ,  $Cov(V_i V_j)$  merupakan autokovarian antara  $V_i$  dan  $V_j$ , dan  $Cov(U_i V_j)$  merupakan autokovarian antara  $U_i$  dan  $V_j$ .

Pembobot pada estimasi cokriging harus memenuhi dua syarat. Pertama, pembobot harus menghasilkan estimasi pada persamaan (2.39) yang tidak bias. Kedua, estimasi pada persamaan (2.42) memiliki varians galat yang minimum. Maka untuk menghitung nilai ekspektasi dari estimasi pada persamaan (2.42) dinyatakan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} E(\hat{U}_0) &= E\left(\sum_{i=1}^n a_i U_i + \sum_{j=1}^m b_j V_j\right) \\ E(\hat{U}_0) &= \sum_{i=1}^n a_i E(U_i) + \sum_{j=1}^m b_j E(V_j) \\ E(\hat{U}_0) &= \tilde{m}_U \sum_{i=1}^n a_i + \tilde{m}_V \sum_{j=1}^m b_j \end{aligned} \quad (2.43)$$

di mana  $E(U_i) = \tilde{m}_U$  dan  $E(V_j) = \tilde{m}_V$

Agar persamaan (2.43) dapat menghasilkan kondisi ketidakbiasaan yang memenuhi syarat pertama maka jumlah pembobot untuk suku pertama adalah 1 dan untuk suku kedua adalah 0. Dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\sum_{i=1}^n a_i = 1 \text{ dan } \sum_{j=1}^m b_j = 0 \quad (2.44)$$

Menurut Wackernagel (1995), kondisi tersebut dikenal dengan *ordinary* cokriging. Pada *ordinary* cokriging, pemilihan pembobot untuk variabel primer jika dijumlahkan adalah 1 dan untuk variabel sekunder adalah 0. Untuk menghasilkan pembobot yang memenuhi kedua syarat tersebut di atas, yaitu meminimalkan varians galat pada persamaan (2.42) dan memenuhi kondisi ketidakbiasaan pada persamaan (2.44), maka dilakukan dengan meminimalkan fungsi 2 konstrain dengan menggunakan metode pengganda Lagrange. Masing-masing kondisi tidak bias pada persamaan (2.44) disamakan dengan 0, kemudian dikalikan dengan pengganda Lagrange, selanjutnya ditambahkan persamaan (2.42). Sehingga diperoleh :

$$Var(R) = \mathbf{w}'\mathbf{C}_Z\mathbf{w} + 2\mu_1\left(\sum_{i=1}^n a_i = 1\right) + 2\mu_2\left(\sum_{j=1}^m b_j\right) \quad (2.45)$$

Dengan  $\mu$  dan  $\mu$  merupakan pengganda Lagrange. Untuk meminimumkan persamaan (2.44), maka turunan parsial dari  $Var(R)$  terhadap  $n + m$  pembobot dan dua pengganda Lagrange sebagai berikut :

$$\frac{\partial(Var(R))}{\partial a_i} = 2\sum_{i=1}^n a_i Cov(U_i U_j) + 2\sum_{i=1}^n b_i Cov(V_i U_j) - 2Cov(U_0 U_j) + 2\mu_1$$

Untuk  $i = 1, 2, \dots, n$

$$\frac{\partial(Var(R))}{\partial b_j} = 2\sum_{i=1}^n a_i Cov(U_i V_j) + 2\sum_{i=1}^n b_i Cov(V_i V_j) - 2Cov(U_0 V_j) + 2\mu_2$$

Untuk  $j = 1, 2, \dots, m$

$$\frac{\partial(Var(R))}{\partial \mu_1} = 2\left(\sum_{i=1}^n a_i - 1\right)$$

$$\frac{\partial(Var(R))}{\partial \mu_2} = 2\sum_{j=1}^m b_j$$

Dengan menyamadengankan masing-masing persamaan yaitu  $n + m + 2$  dengan nol dan menyusun ulang bagian tersebut, maka diperoleh sistem cokrigin yang dinyatakan sebagai berikut :

$$\sum_{i=1}^n a_i Cov(U_i U_j) + \sum_{i=1}^n b_i Cov(V_i U_j) + \mu_1 = Cov(U_0 U_j)$$

Untuk  $i = 1, 2, \dots, n$

$$\sum_{i=1}^n a_i Cov(U_i V_j) + \sum_{i=1}^n b_i Cov(V_i V_j) + \mu_2 = Cov(U_0 V_j)$$

Untuk  $j = 1, 2, \dots, m$

$$\sum_{i=1}^n a_i = 1 \text{ dan } \sum_{j=1}^m b_j = 0$$

Dinyatakan dalam notasi matrik sebagai berikut :

$\mathbf{X}$  adalah matrik kovarians dari variabel primer dan sekunder antar lokasi pengamatan

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \text{Cov}(U_1U_1) & \cdots & \text{Cov}(U_1U_n) & \text{Cov}(U_1V_1) & \cdots & \text{Cov}(U_1V_m) & 1 & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots & & \ddots & \vdots & \vdots \\ \text{Cov}(U_nU_1) & \cdots & \text{Cov}(U_nU_n) & \text{Cov}(U_nV_1) & \cdots & \text{Cov}(U_nV_m) & 1 & 0 \\ \text{Cov}(V_1U_1) & \cdots & \text{Cov}(V_1U_n) & \text{Cov}(V_1V_1) & \cdots & \text{Cov}(V_1V_m) & 0 & 1 \\ \vdots & & \ddots & \vdots & & \ddots & \vdots & \vdots \\ \text{Cov}(V_mU_1) & \cdots & \text{Cov}(V_mU_n) & \text{Cov}(V_mV_1) & \cdots & \text{Cov}(V_mV_m) & 0 & 1 \\ 1 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & \cdots & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Sedangkan  $\mathbf{Y}$  adalah vektor dari kovarians antar pengamatan pada lokasi yang diduga ( $U_0$ )

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \text{Cov}(U_0U_1) \\ \vdots \\ \text{Cov}(U_0U_n) \\ \text{Cov}(U_0V_1) \\ \vdots \\ \text{Cov}(U_0V_m) \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\mathbf{Z}$  adalah vektor pembobot dari variabel primer dan sekunder dan dua pengganda Lagrange

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \\ b_1 \\ \vdots \\ b_1 \\ -\mu_1 \\ -\mu_2 \end{bmatrix}$$

Sehingga estimasi dari vektor  $\mathbf{Z}$  adalah :

$$\mathbf{Z} = \mathbf{X}^{-1}\mathbf{Y}$$

Dengan meminimumkan varians galat pada persamaan (2.42) dan untuk memenuhi ketakbiasan, maka persamaan (2.42) dapat disederhanakan dengan

membuat substitusi yang menggunakan pengganda Lagrange. Varians galat dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$Var(R) = Cov(U_0 U_0) + \mu_1 \sum_{i=1}^n a_i Cov(U_i U_0) + \sum_{j=1}^m b_j Cov(V_j U_0) \quad (2.46)$$

#### 2.10.4 Cross Variogram.

Definisi dari variogram bisa diperluas mengikuti persamaan *cross variogram* yang digunakan jika nilai pengamatan berasal dari dua variabel acak yang berasal dari distribusi yang berbeda (Isaaks dan Srivastava, 1989 dalam Memarsadeghi, 2004). Pada cokriging menggunakan dua variabel acak, sehingga tidak cukup hanya menggunakan variogram yang hanya mengukur independensi spasial satu variabel. Independensi spasial dua variabel diukur dengan menggunakan *cross variogram* yang dinyatakan sebagai berikut :

$$\gamma_{UV}(\mathbf{h}) = \frac{1}{2} E [Z_U(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - Z_U(\mathbf{x})] [Z_V(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - Z_V(\mathbf{x})] \quad (2.47)$$

Atau secara sederhana *cross semivariogram* sampel dapat dinyatakan juga sebagai berikut :

$$\hat{\gamma}_{UV}(\mathbf{h}) = \frac{1}{2N(\mathbf{h})} \sum_{(i,j) | \mathbf{h}_{ij} = \mathbf{h}} (u_i - u_j)(v_i - v_j) \quad (2.48)$$

Menurut Journel & Huijbregts (1978) dalam Amstrong (1998), *cross variogram* dapat dihitung ketika lokasi pengambilan variabel tereregional bersifat *partial heterotopy* atau *isotropy* yaitu beberapa atau semua variabel tereregional diukur dari lokasi pengambilan sampel yang sama.

Sifat-sifat *cross variogram* menurut Wackernagel (1995):

- 1)  $\gamma_{UV}(0) = 0$ , dua data yang berjarak nol ( $\mathbf{h} = 0$ ) maka nilai *cross variogram* juga bernilai nol.

Bukti :

Berdasarkan persamaan (2.47), untuk  $\mathbf{h} = 0$  diperoleh :

$$\gamma_{UV}(0) = \frac{1}{2} E [Z_U(\mathbf{x} + 0) - Z_U(\mathbf{x})] [Z_V(\mathbf{x} + 0) - Z_V(\mathbf{x})]$$

$$\gamma_{UV}(0) = \frac{1}{2} E[Z_U(\mathbf{x}) - Z_U(\mathbf{x})][Z_V(\mathbf{x}) - Z_V(\mathbf{x})]$$

$$\gamma_{UV}(0) = \frac{1}{2} E[0] = 0$$

- 2)  $\gamma_{UV}(-\mathbf{h}) = \gamma_{UV}(\mathbf{h})$  atau  $\gamma_{UV}(\mathbf{h}) = \gamma_{VU}(\mathbf{h})$ , merupakan fungsi genap

Bukti :

Berdasarkan persamaan (2.47), diperoleh :

$$\gamma_{UV}(\mathbf{h}) = \frac{1}{2} E[Z_U(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - Z_U(\mathbf{x})][Z_V(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - Z_V(\mathbf{x})]$$

$$\gamma_{UV}(-\mathbf{h}) = \frac{1}{2} E[Z_U(\mathbf{x} - \mathbf{h}) - Z_U(\mathbf{x})][Z_V(\mathbf{x} - \mathbf{h}) - Z_V(\mathbf{x})]$$

Misalkan  $\mathbf{s} = \mathbf{x} - \mathbf{h}$ , maka :

$$\gamma_{UV}(-\mathbf{h}) = \frac{1}{2} E[Z_U(\mathbf{s}) - Z_U(\mathbf{s} + \mathbf{h})][Z_V(\mathbf{s}) - Z_V(\mathbf{s} + \mathbf{h})]$$

$$\gamma_{UV}(-\mathbf{h}) = \frac{1}{2} E\left[\left(-\{Z_U(\mathbf{s} + \mathbf{h}) - Z_U(\mathbf{s})\}\right)\left(-\{Z_V(\mathbf{s} + \mathbf{h}) - Z_V(\mathbf{s})\}\right)\right]$$

$$\gamma_{i,j}(-\mathbf{h}) = \frac{1}{2} E\left[\{Z_U(\mathbf{s} + \mathbf{h}) - Z_U(\mathbf{s})\}\{Z_V(\mathbf{s} + \mathbf{h}) - Z_V(\mathbf{s})\}\right]$$

$$\gamma_{UV}(-\mathbf{h}) = \gamma_{UV}(\mathbf{h})$$

- 3)  $|\gamma_{UV}(\mathbf{h})| \leq [\gamma_{UU}(\mathbf{h})\gamma_{VV}(\mathbf{h})]^{1/2}$

Bukti :

Misalkan  $\rho_{UV}$  adalah koefisien korelasi antara dua variabel terregional, sehingga dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\rho_{UV} = \frac{\gamma_{UV}(\mathbf{h})}{[\gamma_{UU}(\mathbf{h})\gamma_{VV}(\mathbf{h})]^{1/2}}, \quad -1 \leq \rho_{i,j} \leq 1$$

$$-1 \leq \frac{\gamma_{UV}(\mathbf{h})}{[\gamma_{UU}(\mathbf{h})\gamma_{VV}(\mathbf{h})]^{1/2}} \leq 1$$

$$\frac{\gamma_{UV}(\mathbf{h})}{[\gamma_{UU}(\mathbf{h})\gamma_{VV}(\mathbf{h})]^{1/2}} \leq 1$$

$$|\gamma_{i,j}(\mathbf{h})| \leq [\gamma_{UU}(\mathbf{h})\gamma_{VV}(\mathbf{h})]^{1/2}$$



- 4) *Cross variogram* bernilai negatif menunjukkan antar variabel terregional berkorelasi negatif. Berbeda dengan variogram yang hanya memiliki nilai positif.

#### 2.10.5 Cross Covariance.

Menurut Isaaks dan Srivastava (1989), fungsi *cross covariance* antara variabel  $U$  sebagai variabel primer dan  $V$  sebagai variabel sekunder dinyatakan sebagai berikut :

$$C_{UV}(\mathbf{h}) = E \left[ (U_i - E(U_i))(V_j - E(V_j)) \right] \quad (2.49)$$

Fungsi ini diestimasi dengan fungsi *cross covariance* sampel, dinyatakan sebagai berikut :

$$\hat{C}_{UV}(\mathbf{h}) = \frac{1}{N(\mathbf{h})} \sum_{(ij)|\mathbf{h}_{ij}=\mathbf{h}} u_i \cdot v_j - m_{u,-\mathbf{h}} \cdot m_{v,+\mathbf{h}} \quad (2.50)$$

di mana :

$N(\mathbf{h})$  : banyaknya jumlah pasangan titik-titik data yang terpisah oleh jarak  $\mathbf{h}$

$m_{u,-\mathbf{h}}$  : rata-rata dari semua nilai  $u_i$  yang berjarak  $-\mathbf{h}$  dari lokasi data  $v$

$$m_{u,-\mathbf{h}} = \frac{1}{N(\mathbf{h})} \sum_{i|\mathbf{h}_{ij}=\mathbf{h}} u_i$$

$m_{v,+\mathbf{h}}$  : rata-rata dari semua nilai  $v_j$  yang berjarak  $+\mathbf{h}$  dari lokasi data  $u$

$$m_{v,+\mathbf{h}} = \frac{1}{N(\mathbf{h})} \sum_{j|\mathbf{h}_{ij}=\mathbf{h}} v_j$$

Berdasarkan asumsi stasioner orde dua, *cross covariance* juga bisa dinyatakan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} C_{UV}(\mathbf{h}) &= \text{Cov}\{Z_U(\mathbf{x}), Z_V(\mathbf{x}+\mathbf{h})\} \\ &= E[Z_U(\mathbf{x})Z_V(\mathbf{x}+\mathbf{h})] - E[Z_U(\mathbf{x})]E[Z_V(\mathbf{x}+\mathbf{h})] \end{aligned} \quad (2.51)$$

Sifat-sifat *cross covariance* menurut Wackernagel (1995):

$$1) C_{UV}(0) = C_{VU}(0)$$

Bukti :

Berdasarkan persamaan (2.51), untuk  $\mathbf{h}=0$  diperoleh :

$$C_{UV}(\mathbf{h}) = E[Z_U(\mathbf{x})Z_V(\mathbf{x}+\mathbf{h})] - E[Z_U(\mathbf{x})]E[Z_V(\mathbf{x}+\mathbf{h})]$$

$$\begin{aligned} C_{UV}(0) &= E[Z_U(\mathbf{x})Z_V(\mathbf{x}+0)] - E[Z_U(\mathbf{x})]E[Z_V(\mathbf{x}+0)] \\ &= E[Z_U(\mathbf{x})Z_V(\mathbf{x})] - E[Z_U(\mathbf{x})]E[Z_V(\mathbf{x})] \\ &= E[Z_V(\mathbf{x})Z_U(\mathbf{x})] - E[Z_V(\mathbf{x})]E[Z_U(\mathbf{x})] \\ &= E[Z_V(\mathbf{x})Z_U(\mathbf{x}+0)] - E[Z_V(\mathbf{x})]E[Z_U(\mathbf{x}+0)] \\ &= C_{VU}(0) \end{aligned}$$

- 2)  $C_{UV}(-\mathbf{h}) = C_{VU}(\mathbf{h})$ , *cross covariance* merupakan fungsi bukan ganjil maupun genap

Bukti :

Berdasarkan persamaan (2.51) di atas

$$C_{UV}(\mathbf{h}) = E[Z_U(\mathbf{x})Z_V(\mathbf{x}+\mathbf{h})] - E[Z_U(\mathbf{x})]E[Z_V(\mathbf{x}+\mathbf{h})]$$

$$C_{VU}(-\mathbf{h}) = E[Z_V(\mathbf{x})Z_U(\mathbf{x}-\mathbf{h})] - E[Z_V(\mathbf{x})]E[Z_U(\mathbf{x}-\mathbf{h})]$$

Misalkan  $\mathbf{s} = \mathbf{x} - \mathbf{h}$ , maka :

$$\begin{aligned} C_{VU}(-\mathbf{h}) &= E[Z_V(\mathbf{s}+\mathbf{h})Z_U(\mathbf{s})] - E[Z_V(\mathbf{s}+\mathbf{h})]E[Z_U(\mathbf{s})] \\ &= E[Z_U(\mathbf{s})Z_V(\mathbf{s}+\mathbf{h})] - E[Z_U(\mathbf{s})]E[Z_V(\mathbf{s}+\mathbf{h})] \\ &= C_{UV}(\mathbf{h}) \end{aligned}$$

- 3)  $|C_{UV}(\mathbf{h})| \leq [C_{UU}(\mathbf{h})C_{VV}(\mathbf{h})]^{1/2}$ , *cross covariance* bernilai terbatas

Bukti :

Misalkan  $\rho_{UV}$  adalah koefisien korelasi antara dua variabel terregional, sehingga dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \rho_{UV} &= \frac{C_{UV}(\mathbf{h})}{[C_{UU}(\mathbf{h})C_{VV}(\mathbf{h})]^{1/2}}, \quad 1 \leq \rho_{i,j} \leq 1 \\ -1 &\leq \frac{C_{UV}(\mathbf{h})}{[C_{UU}(\mathbf{h})C_{VV}(\mathbf{h})]^{1/2}} \leq 1 \\ \frac{C_{UV}(\mathbf{h})}{[C_{UU}(\mathbf{h})C_{VV}(\mathbf{h})]^{1/2}} &\leq 1 \end{aligned}$$

$$|C_{UV}(\mathbf{h})| \leq [C_{UU}(\mathbf{h})C_{VV}(\mathbf{h})]^{1/2}$$

### 2.10.6 Cross Correlation.

Koefisien *cross correlation* ( $\rho$ ) merupakan ukuran dari hubungan linier antara dua variabel atau lebih, atau seberapa nyata hubungan linier (garis lurus) antara kedua variabel atau lebih yang diukur (Memarsadeghi, 2004). Fungsi *cross correlation* antara variabel  $U$  dan  $V$  dinyatakan sebagai berikut :

$$\rho_{UV}(\mathbf{h}) = \frac{C_{UV}(\mathbf{h})}{\sigma_{U,-\mathbf{h}}\sigma_{V,+\mathbf{h}}} \quad (2.52)$$

Fungsi ini diestimasi dengan fungsi *cross correlation* sampel, dinyatakan sebagai berikut :

$$\hat{\rho}_{UV}(\mathbf{h}) = \frac{\hat{C}_{UV}(\mathbf{h})}{\hat{\sigma}_{U,-\mathbf{h}}\hat{\sigma}_{V,+\mathbf{h}}}$$

di mana

$\hat{\sigma}_{U,-\mathbf{h}}$  : standart deviasi dari semua nilai  $u_i$  yang berjarak  $-\mathbf{h}$  dari lokasi data  $v$

$\hat{\sigma}_{V,+\mathbf{h}}$  : standart deviasi dari semua nilai  $v_j$  yang berjarak  $+\mathbf{h}$  dari lokasi data  $u$

Koefisien *cross correlation* dari sample antara  $u_i$  dan  $v_j$  dimana nilai variabel  $U$  hanya mencakup pada posisi ‘tail’ dan nilai variabel  $V$  hanya mencakup pada posisi ‘head’. Sama seperti fungsi *cross covariance*, fungsi *cross correlation* tidak simetrik, di mana  $\hat{\rho}_{UV}(1,0)$  berbeda dari  $\hat{\rho}_{VU}(1,0)$ .

### 2.11 Hubungan antara Cross Variogram dengan Cross Covariance.

Apabila suatu data spasial  $\{Z_U(\mathbf{x}_i): \mathbf{x}_i \in \mathbf{D}\}$  dan  $\{Z_V(\mathbf{x}_i): \mathbf{x}_i \in \mathbf{D}\}$  memenuhi asumsi stasioner orde dua, maka akan ada hubungan antara *cross variogram* dengan *cross covariance* yang dinyatakan sebagai berikut :

$$\gamma_{UV}(\mathbf{h}) = C_{UV}(0) - \frac{1}{2}[C_{UV}(\mathbf{h}) + C_{UV}(-\mathbf{h})] \quad (2.53)$$

Bukti :

Dari definisi, *cross variogram* pada persamaan (2.47)

$$\begin{aligned}
\gamma_{UV}(\mathbf{h}) &= \frac{1}{2} E[Z_U(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - Z_U(\mathbf{x})][Z_V(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - Z_V(\mathbf{x})] \\
\gamma_{UV}(\mathbf{h}) &= \frac{1}{2} E[Z_U(\mathbf{x} + \mathbf{h})Z_V(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - Z_U(\mathbf{x} + \mathbf{h})Z_V(\mathbf{x}) - Z_U(\mathbf{x})Z_V(\mathbf{x} + \mathbf{h}) + Z_U(\mathbf{x})Z_V(\mathbf{x})] \\
\gamma_{UV}(\mathbf{h}) &= \frac{1}{2} E[Z_U(\mathbf{x} + \mathbf{h})Z_V(\mathbf{x} + \mathbf{h})] - E[Z_U(\mathbf{x} + \mathbf{h})Z_V(\mathbf{x})] - E[Z_U(\mathbf{x})Z_V(\mathbf{x} + \mathbf{h})] + E[Z_U(\mathbf{x})Z_V(\mathbf{x})] \\
\gamma_{UV}(\mathbf{h}) &= \frac{1}{2} \{C_{UV}(0) - C_{UV}(-\mathbf{h}) - C_{UV}(\mathbf{h}) + C_{UV}(0)\} \\
\gamma_{UV}(\mathbf{h}) &= \frac{1}{2} C_{UV}(0) - \frac{1}{2} [C_{UV}(\mathbf{h}) + C_{UV}(-\mathbf{h})]
\end{aligned}$$

Dari persamaan di atas, juga dapat dikatakan bahwa *cross variogram* hanya memuat bagian genap dari *cross covariance*, yang dinyatakan sebagai berikut :

$$C_{UV}(\mathbf{h}) = \left[ \underbrace{\frac{C_{UV}(\mathbf{h}) - C_{UV}(-\mathbf{h})}{2}}_{\text{bagian genap}} + \underbrace{\frac{C_{UV}(\mathbf{h}) - C_{UV}(-\mathbf{h})}{2}}_{\text{bagian ganjil}} \right]$$

Sebelum model *cross variogram* dan *cross covariance* digunakan dilakukan *cross validation* terlebih dahulu untuk menguji kesesuaian model dengan data spasial yang digunakan.

## 2.12 Cross Validation.

Menurut Wackernagel (1995), *cross validation* digunakan untuk menguji asumsi kesesuaian model (misalnya tipe variogram dan parameternya) serta menguji data spasial yang digunakan (misalnya ada tidaknya *outlier*). Menurut Cressie (1993), *cross validation* tidak membuktikan kebenaran dari model variogram yang digunakan, namun hanya membuktikan model variogram tersebut tidak terlalu salah.

Menurut Volt dan Webster dalam Robinson dan Metternicht (2006), *cross validation* digunakan untuk menguji keakuratan interpolasi. *Cross validation* merupakan metode evaluasi model yang lebih baik dibandingkan dengan hanya

menguji galat. Uji galat tidak memberikan indikasi seberapa baik model jika digunakan untuk membuat estimasi baru pada data yang belum ada. Untuk mengatasi masalah ini adalah dengan tidak menggunakan seluruh data yang ada ketika mencoba (*training*) suatu model. Beberapa data dihilangkan sebelum *training* dilakukan. Kemudian ketika *training* sudah dilakukan, data yang telah dihilangkan bisa digunakan untuk menguji model pada data “baru”. Hal ini adalah ide dasar pada metode evaluasi model yang disebut *cross validation* (research.cs.tamu.edu diakses pada 7 Januari 2015). Terdapat tiga jenis *cross validation*, yaitu : *Holdout Method*, *K-Fold Cross Validation*, dan *Leave-One-Out Cross Validation (LOOCV)*.

Seringkali dalam suatu penelitian data yang tersedia tidak cukup banyak yang memungkinkan sebagian disimpan kembali untuk melakukan *testing*. Salah satu cara dalam pembagian *training-testing* adalah LOOCV. LOOCV merupakan pengembangan dari *K-fold Cross Validation*, di mana  $K$  dipilih sebagai jumlah total ( $N$ ) dari titik data pengamatan ( $K=N$ ). Untuk  $N$  titik data pengamatan dilakukan sebanyak  $N$  percobaan dan masing-masing percobaan menggunakan  $N-1$  titik data pengamatan sebagai *training* dan sisa titik data pengamatan sebagai *testing* (research.cs.tamu.edu diakses pada 7 Januari 2015).

Model variogram yang sesuai dengan data spasial yang digunakan harus menunjukkan korelasi spasial yang kuat antara  $\hat{z}(\mathbf{x}_i)$  dengan  $z(\mathbf{x}_i)$ . Hal ini ditunjukkan melalui hasil nilai estimasi  $\hat{z}(\mathbf{x}_i)$  akan mendekati nilai aktualnya  $z(\mathbf{x}_i)$ . Selisih antara nilai estimasi dengan nilai aktual dikenal dengan galat estimasi ( $e^*$ ) untuk membedakan dengan galat biasa.

*Cross validation* dalam penelitian ini menggunakan metode LOOCV karena ukuran data pengamatan yang digunakan kecil. Prinsip dasar *cross validation* adalah mengestimasi nilai variabel teregional yang tidak diketahui  $\hat{z}(\mathbf{x}_i)$  berdasarkan nilai variabel teregional yang diketahui  $z(\mathbf{x}_1), z(\mathbf{x}_2), \dots, z(\mathbf{x}_{i-1})$ , di mana  $i = 2, 3, \dots, n$ , nilai  $n$  adalah jumlah sampel dari variabel teregional yang diketahui. Selanjutnya membandingkan nilai variabel teregional yang diketahui dengan hasil estimasi yang dihasilkan melalui metode cokriging.

Sedangkan pada LOOCV, salah satu pasangan titik data untuk sementara dihapus dari kumpulan data pengamatan. Misalkan  $(z_1(\mathbf{x}_i), z_2(\mathbf{x}_i))$  merupakan pasangan titik data pengamatan ke-N yang sementara dihapus. Kemudian dilakukan pengujian dengan metode cokriging pada N-1 data pengamatan sisa. Selanjutnya membandingkan nilai estimasi  $\hat{z}(\mathbf{x}_i)$  dengan  $z(\mathbf{x}_i)$  dari data pengamatan yang dihapus. Galat estimasi dari titik pengamatan yang dihilangkan dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut:

$$e^* = z(\mathbf{x}_i) - \hat{z}(\mathbf{x}_i)$$

Nilai varians cokriging ( $S_{R_e}^2$ ) digunakan untuk memilih model *cross variogram* atau *cross covariance* yang terbaik. Nilai varians cokriging diperoleh dari rata-rata varians galat estimasi yang dinyatakan sebagai berikut :

$$\sigma_e^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=2}^n [z(\mathbf{x}_i) - \hat{z}(\mathbf{x}_i)]^2$$

Sehingga, didapatkan nilai  $S_{R_e}^2$  dinyatakan sebagai berikut :

$$S_{R_e}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=2}^n \left[ \frac{z(\mathbf{x}_i) - \hat{z}(\mathbf{x}_i)}{\sigma_e(\mathbf{x}_i)} \right]^2 \quad (2.54)$$

Model *cross variogram* atau *cross covariance* yang terbaik menghasilkan varians cokriging yang mendekati nilai varians dari data spasial yang digunakan, sehingga dapat dinyatakan model *cross variogram* atau *cross covariance* yang terbaik adalah model dengan nilai  $S_{R_e}^2$  mendekati 1.

Galat estimasi yang dihasilkan dapat digunakan untuk membandingkan teknik interpolasi yang berbeda, dalam penelitian ini akan diperiksa perbedaan antara data aktual yang digunakan untuk pemodelan dan data estimasi dengan menggunakan *Mean Error* (ME), *Root Mean Squared Error* (RMSE), *Mean Standardized Prediction Error* (MSPE), dan *Root Mean Square Standardized Prediction Error* (RMSP).

a. *Mean Error (ME)*

Merupakan statistik rata-rata selisih antara nilai aktual dengan nilai estimasi. Rumus ME adalah sebagai berikut (Robinson dan Metternicht, 2006) :

$$ME = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{z(\mathbf{x}_i) - \hat{z}(\mathbf{x}_i)\} \quad (2.55)$$

b. *Root Mean Squared Error (RMSE)*

Statistik ini disebut juga sebagai *Root Mean Square Deviation (RMSD)*, biasanya digunakan untuk mengukur seberapa ketepatan estimasi. Nilai RMSE yang besar mengindikasikan ketidakakuratan estimasi yang dilakukan. Rumus RMSE adalah sebagai berikut (Robinson dan Metternicht, 2006) :

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{z(\mathbf{x}_i) - \hat{z}(\mathbf{x}_i)\}^2} \quad (2.56)$$

c. *Mean Square Prediction Error (MSPE)*

Mengukur seberapa tepat model mengestimasi nilai-nilai pengamatan aktual. Semakin kecil MSPE yang dihasilkan, semakin tepat estimasi yang diperoleh. Rumus MSPE adalah sebagai berikut (Robinson dan Metternicht, 2006):

$$MSPE = \frac{\sum_{i=1}^N [(z(\mathbf{x}_i) - \hat{z}(\mathbf{x}_i)) / \sigma_e^*(\mathbf{x}_i)]^2}{N} \quad (2.57)$$

d. *Root Mean Square Standardized Prediction Error (RMSP)*

Nilai RMSP seharusnya mendekati 1 jika galat estimasi valid. Jika  $RMSP > 1$ , maka validitas estimasi diragukan (*underestimated*). Jika  $RMSP < 1$ , maka validitas estimasi lebih dipercaya (*overestimated*). Rumus RMSP adalah sebagai berikut (help.arcgis.com, diakses pada 27 Desember 2014):

$$RMSP = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N [(z(\mathbf{x}_i) - \hat{z}(\mathbf{x}_i)) / \sigma_e^*(\mathbf{x}_i)]^2}{N}} \quad (2.58)$$

Dimana  $\hat{z}(\mathbf{x}_i)$  adalah nilai estimasi,  $z(\mathbf{x}_i)$  adalah nilai aktual,  $N$  adalah jumlah data penelitian dan  $\sigma_e(\mathbf{x}_i)$  adalah varians cokriging untuk lokasi  $(\mathbf{x}_i)$ .

### 2.13 *Universal Transverse Mercator (UTM).*

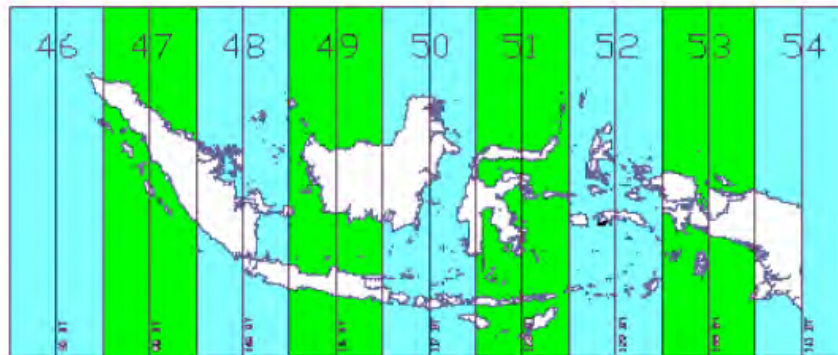
*Universal Transverse Mercator (UTM)* adalah salah satu sistem proyeksi peta yang terkenal, di mana pada sistem proyeksi ini didefinisikan posisi horizontal dua dimensi  $(x,y)$ . UTM dengan menggunakan proyeksi silinder, transversal, dan konform yang memotong bumi pada dua meridian standart. Seluruh permukaan bumi dalam sistem koordinat ini dibagi menjadi 60 bagian yang disebut sebagai zone UTM. Setiap zone ini dibatasi oleh dua meridian selebar  $6^\circ$  dan memiliki meridian tengah sendiri. Sebagai contoh zone 1 dimulai dari  $180^\circ$  BB hingga  $174^\circ$  BB, zone 2 dimulai dari  $174^\circ$  BB hingga  $168^\circ$  BB, terus ke arah timur hingga zone 60. Batas lintang dalam sistem koordinat ini adalah  $80^\circ$ LS hingga  $84^\circ$ LU. Setiap bagian derajat memiliki lebar  $8^\circ$  yang pembagiannya dimulai dari  $80^\circ$  LS ke arah utara.

UTM telah dibakukan oleh Badan Koordinasi Survei dan Pemetaan Nasional (Bakosurtanal) sebagai sistem pemetaan nasional. Sistem proyeksi UTM memberikan batasan luasan bidang  $6^\circ$  antara 2 garis bujur di elipsoide yang dinyatakan sebagai zone. Zona UTM Indonesia tersaji dalam Gambar 2.21. Wilayah Indonesia terbagi dalam 9 zone UTM, mulai dari meridian  $90^\circ$  BT hingga meridian  $144^\circ$ BT dengan batas lintang  $11^\circ$ LS hingga  $6^\circ$ LU. Dengan demikian wilayah indonesia dimulai dari zone 46 (meridian sentral  $93^\circ$ BT) sampai dengan zone 54 (meridian sentral  $141^\circ$ BT). Koordinat UTM dinyatakan dalam besaran geometrik yang menentukan posisi satu titik dengan mengukur besar vektor terhadap satu posisi acuan yang telah didefinisikan. Pada proyeksi UTM, sistem koordinat yang digunakan adalah Orthmetrik 2 Dimensi, dengan satuan meter kesepakatan posisi titik acuan berada di pusat proyeksi yaitu perpotongan proyeksi garis meridian pusat pada zone tertentu dengan lingkaran equator dan di definisikan sebagai :

$$N(orth) = 10.000.000 \text{ meter}$$

$$E(ast) = 500.000 \text{ meter}$$





Gambar 2.21. Zona UTM Indonesia  
(sumber : [www.oocities.org](http://www.oocities.org) diakses pada 23 Agustus 2014)

Untuk mengkonversi koordinat bujur dan lintang ke koordinat UTM adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \text{Northing} &= ON \pm ko \times G + \Delta L \\ \text{Easting} &= OE \pm ko \times p + \Delta B \end{aligned} \quad (2.59)$$

di mana :

ON : *Origing North* = 10.000.000 meter

OE : *Origin East* = 500.000 meter

ko : konstanta = 0,9996

G : panjang bujur meridian

p : panjang bujur lintang

$\Delta L$  : selisih lintang terhadap khatulistiwa

$\Delta B$  : selisih lintang terhadap *prime meridian*

## 2.14 Aerosol.

Menurut Hardin dan Kahn (2010), aerosol atau yang lebih dikenal sebagai *Particulate Matter* (PM) adalah partikel-partikel kecil tersuspensi di udara. Selain gas, aerosol dapat berupa partikel padat maupun cair. Ukuran, sumber, komposisi kimia, jumlah dan distribusinya terhadap ruang dan waktu, serta berapa lama kemampuan aerosol dapat bertahan di udara sangat bervariasi.

Berdasarkan sumbernya, terdapat dua jenis aerosol, yaitu aerosol alami dan aerosol antropogenik. Aerosol alami terjadi secara alami, sumbernya berasal dari

letusan gunung berapi, badai pasir, kebakaran hutan dan padang rumput, vegetasi hidup, dan percikan air laut. Sedangkan aerosol antropogenik berasal dari kegiatan manusia, seperti pembakaran bahan bakar fosil dan perubahan tutupan permukaan alam. Rata-rata di seluruh dunia, aerosol antropogenik saat ini mencapai sekitar 10 persen dari jumlah total aerosol di atmosfer kita, yang sebagian besar berasal dari lokasi industri, pembakaran dari lahan pertanian, dan padang rumput yang telah rusak yang menyebabkan erosi tanah (*overgrazed*). Komponen utama dari aerosol halus adalah sulfat, nitrat, karbon organik, dan karbon elemental. Sulfat, nitrat, dan partikel karbon organik diproduksi oleh oksidasi atmosfer dari gas  $\text{SO}_2$ ,  $\text{NO}_x$ , dan VOCs.

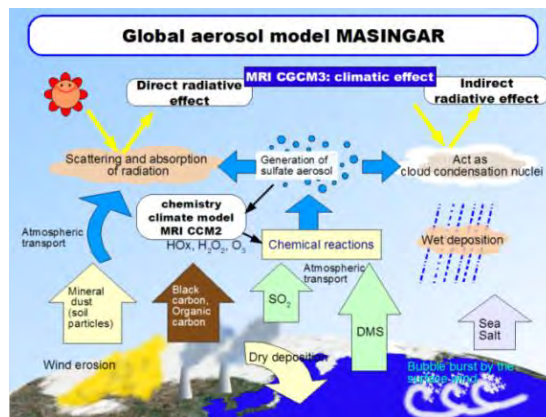
Konsentrasi tinggi dari aerosol adalah penyebab utama penyakit kardiovaskular dan juga diduga menyebabkan kanker. Partikel aerosol halus merupakan ancaman sangat serius karena ukuran partikel cukup kecil untuk masuk ke dalam paru-paru dan kadang-kadang ke dalam aliran darah (Ott, 1980 dalam Asiaty dan Rukmi, 2009). Ketika kelembaban relatif tinggi, aerosol akan menyerap air, yang menyebabkan luas penampangnya mengembang sehingga menghamburkan cahaya, menciptakan kabut yang dapat mengurangi jarak pandang secara signifikan. Hal ini juga menyebabkan hasil panen pertanian akan menurun karena kurangnya cahaya matahari.

Aerosol berinteraksi baik secara langsung maupun tidak langsung dengan radiasi bumi dan perubahan iklim. Interaksi tersebut menghasilkan efek langsung dan tidak langsung (Bishop, 2011). Berikut adalah uraiannya :

- a. Sebagai efek langsung, aerosol memantulkan sinar matahari langsung kembali ke atmosfer. Meskipun sebagian besar aerosol memantulkan sinar matahari, beberapa juga menyerapnya. Partikel aerosol yang berwarna cerah atau terang cenderung memantulkan radiasi ke segala arah dan kembali ke atmosfer. Contoh partikel yang berwarna cerah adalah sulfat dan nitrat murni. Partikel ini memantulkan hampir semua radiasi yang mereka terima, sehingga mendinginkan atmosfer. Sebaliknya, partikel yang berwarna gelap seperti karbon hitam mudah menyerap radiasi, sehingga memanaskan atmosfer.
- b. Sebagai efek tidak langsung, aerosol di atmosfer yang lebih rendah dapat mengubah ukuran partikel awan, mengubah cara awan memantulkan dan

menyerap sinar matahari, sehingga mempengaruhi persediaan energi bumi. Pada skala global, efek tidak langsung aerosol biasanya bekerja bertentangan dengan gas rumah kaca (*global warming*) dan menyebabkan pendinginan (*global dimming*).

Secara visual, distribusi aerosol dapat diterangkan melalui Gambar 2.22 yang merupakan model sirkulasi atmosfer secara umum.



Gambar 2.22. Model Simulasi Atmosfer Secara Umum  
(Sumber : [www.mri-jma.go.jp](http://www.mri-jma.go.jp) diakses pada 10 Juni 2014).

#### 2.14.1 Penelitian Aerosol Sebelumnya.

Efek aerosol yang tidak langsung dapat mengubah frekuensi terjadinya awan, ketebalan awan, dan jumlah curah hujan (Hardin dan Kahn, 2010). Terdapat beberapa penelitian terdahulu yang mengkaji pengaruh aerosol terhadap perubahan iklim. Penelitian tersebut antara lain adalah Asiati et.al (2009), meneliti kondisi dan karakteristik aerosol di seluruh Indonesia menggunakan data indeks aerosol dari satelit TOMS (*Total Ozone Mapping Spectrometer*) selama periode 1979-2005. Hasil dari penelitian tersebut adalah indeks aerosol di Indonesia pada periode tersebut kecenderungan mengalami peningkatan. Perubahan pola angin dan curah hujan yang disebabkan oleh El Nino dan La Nina mempengaruhi nilai indeks aerosol. Penelitian berikutnya Siswanto (2013), yang meneliti perubahan iklim di Jakarta. Karakter hujan di Jakarta berubah sejak tahun 1900-an, dimana terjadi peningkatan 20 persen hujan dengan kategori lebat (curah hujan >50 mm) semenjak tahun 1912. Hal ini mengindikasikan bahwa hujan lebat yang turun di

Jakarta meningkat tajam sementara hujan dengan kategori ringan berkurang. (BMKG, 2014).

Berdasarkan penelitian di atas, para ahli iklim tersebut memperkirakan suhu global akan turun sebagai akibat dari yang masuknya aerosol secara global. Partikel aerosol tersebut sebagian besar berasal dari polusi udara, sehingga merupakan suatu kebutuhan yang mendesak untuk mengontrol sulfur, nitrogen dan hidrokarbon dari polusi udara tersebut. Berbeda dengan efek pemanasan gas rumah kaca yang berlangsung di mana-mana atau merata, efek pendinginan dari polusi aerosol tidak merata di planet ini, sehingga dampaknya paling kuat dirasakan pada skala regional, sebagai contohnya jarak yang dekat dan arah angin dari kawasan industri berpengaruh pada besarnya polusi aerosol di daerah tersebut (Hardin dan Kahn, 2010). Gas  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  sebagai salah satu aerosol yang paling banyak dihasilkan di daerah urban menjadi alasan dipilihnya partikel gas ini sebagai penelitian.

(halaman ini sengaja dikosongkan)

## BAB III

### METODOLOGI PENELITIAN

Bagian ini membahas metodologi penelitian yang diawali dengan sumber data yang digunakan, variabel penelitian, dan lokasi penelitian. Di bagian akhir dibahas tahapan metode analisis data.

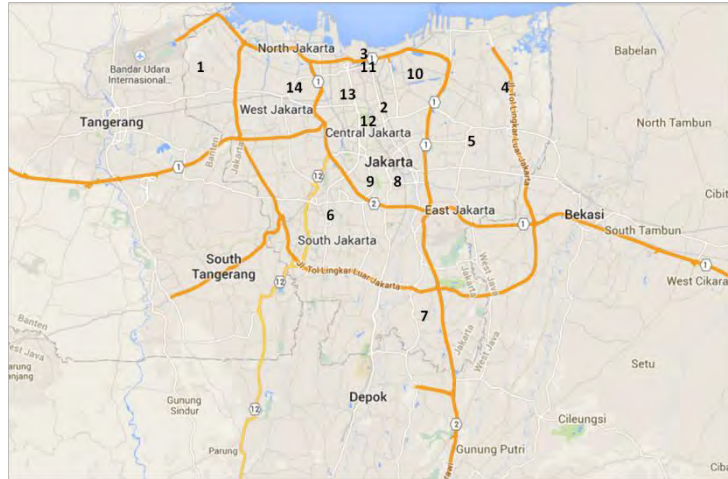
#### 3.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari BPLHD Provinsi DKI Jakarta dan BMKG. Periode data pengukuran adalah bulanan pada tahun 2012. Tabel 3.1 berikut adalah lokasi dan koordinat bujur dan lintang dari 14 (empat belas) stasiun pemantauan udara ambien.

Tabel 3.1 Lokasi dan Koordinat Bujur Lintang  
Stasiun Pemantauan Udara Ambien

Titik	Lokasi	Bujur ( <i>Longitude</i> )	Lintang ( <i>Latitude</i> )
1	Masjid Al-Firdaus, Pegadungan, Kalideres	-6,140038	106,702566
2	Masjid Istiqlal, Gambir	-6,168936	106,832319
3	Dufan, TIJA, Ancol 1 (BPLHD)	-6,123541	106,831843
4	KBN Cakung, Cilincing	-6,148427	106,934417
5	PT. JIEP, Rawa Terate	-6,185969	106,913169
6	SDN Kramat Pela, Kebayoran Baru	-6,248503	106,797112
7	Panti Werdha, Ciracas	-6,329040	106,879105
8	Masjid Al-Ittihaad, Tebet Barat	-6,231064	106,849358
9	Kantor BPLHD Jakarta, Kuningan	-6,223052	106,834267
10	Kemayoran	-6,165000	106,866000
11	Ancol 2 (BMKG)	-6,135000	106,836000
12	Monas	-6,185000	106,826000
13	Glodok	-6,155000	106,826000
14	Bandengan	-6,165000	106,786000

Titik-titik lokasi stasiun nomor 1 sampai dengan 9 merupakan pemantauan udara ambien BPLHD Provinsi DKI Jakarta, sedangkan titik stasiun nomor 10 sampai dengan 14 merupakan hasil pengukuran BMKG. Titik-titik lokasi stasiun pemantauan udara ambien tersaji pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1 Titik lokasi stasiun pemantauan udara ambien di DKI Jakarta  
(Sumber : *Google Maps* (dimodifikasi))

Data tersebut di atas terdiri atas titik lokasi stasiun pemantauan udara ambien yang berupa koordinat bumi bujur (*longitude*) dan lintang (*latitude*) yang dikonversi ke dalam koordinat UTM menjadi *Easting* yaitu titik absis (x) dan *Northing* yaitu titik ordinat (y) serta nilai dari konsentrasi  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  di masing-masing lokasi tersebut. Tabel 3.2 berikut adalah contoh struktur data yang digunakan dalam penelitian ini :

Tabel 3.2 Nilai konsentrasi  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  dan Koordinat pada Lokasi Stasiun Pengamatan Udara Ambien

Lokasi Stasiun Pemantauan Udara Ambien	$x_{(i)}$ (Bujur/ <i>Longitude</i> )	$y_{(i)}$ (Lintang/ <i>Latitude</i> )	$z_{(1)}$ (konsentrasi $\text{SO}_2$ )	$z_{(2)}$ (konsentrasi $\text{NO}_2$ )
Lokasi 1	...	...	...	...
Lokasi 2	...	...	...	...
Lokasi 3	...	...	...	...
⋮	...	...	...	...
Lokasi 14	...	...	...	...

### 3.2 Variabel Penelitian

Variabel penelitian merupakan konsentrasi  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$ . Konsentrasi gas ini dipilih karena berdasarkan berbagai penelitian lingkungan menemukan partikel gas ini merupakan aerosol yang paling banyak ditemukan di daerah perkotaan (*urban*) seperti DKI Jakarta. Gas  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  berasal dari sumber bergerak (kegiatan transportasi yaitu kendaraan bermotor) dan sumber tidak bergerak (kegiatan industri, rumah tangga, dan pembakaran sampah). Konsentrasi  $\text{SO}_2$  berperan sebagai variabel primer sedangkan  $\text{NO}_2$  sebagai variabel sekunder (kovariat).

#### a. Sulfur Dioksida ( $\text{SO}_2$ )

Sulfur Dioksida ( $\text{SO}_2$ ) adalah gas yang terbentuk ketika sulfur terkena oksigen pada suhu tinggi selama pembakaran bahan bakar fosil, penyulingan minyak, atau peleburan logam. Merupakan gas yang tidak berbau pada konsentrasi rendah dan sebaliknya pada konsentrasi yang tinggi memberikan bau yang tajam.  $\text{SO}_2$  berasal dari pembakaran bahan bakar fosil. Pembakaran bahan bakar fosil berupa minyak digunakan untuk kegiatan transportasi, sedangkan bahan bakar fosil berupa batu bara digunakan untuk pembangkit tenaga listrik. Kegiatan industri juga merupakan sumber  $\text{SO}_2$  (Risalah, 2011).  $\text{SO}_2$  adalah racun pada konsentrasi tinggi, tetapi efek polusi udara utamanya terkait dengan pembentukan hujan asam dan aerosol ([www.learner.org](http://www.learner.org) diakses pada 7 Juni 2014).

#### b. Nitrogen Dioksida ( $\text{NO}_2$ )

Nitrogen Dioksida ( $\text{NO}$  dan  $\text{NO}_2$ , disebut bersama-sama sebagai  $\text{NO}_x$ ) adalah gas yang sangat reaktif terbentuk ketika oksigen dan nitrogen bereaksi pada suhu tinggi selama pembakaran atau terjadinya sambaran petir. Nitrogen dalam bahan bakar juga bisa dipancarkan sebagai  $\text{NO}_x$  selama pembakaran. Dalam atmosfer  $\text{NO}_x$  bereaksi dengan *Volatile Organic Compounds* (VOCs) dan karbon monoksida untuk menghasilkan ozon di permukaan tanah melalui mekanisme reaksi berantai yang rumit, yang akhirnya dioksidasi menjadi asam nitrat ( $\text{HNO}_3$ ). Seperti asam sulfat, asam nitrat memberikan kontribusi untuk deposisi asam dan



pembentukan aerosol (www.learner.org diakses pada 7 Juni 2014). Udara di perkotaan memiliki konsentrasi  $\text{NO}_2$  10-100 kali lebih tinggi dibandingkan di pedesaan. Sumber gas  $\text{NO}_2$  adalah pembakaran bahan bakar fosil, kegiatan industri dan pembuangan sampah (Risalah, 2011).

### 3.3 Metode Analisis Data

Tahapan dan langkah-langkah dalam analisis data dengan menggunakan metode interpolasi cokriging adalah sebagai berikut :

1. Melakukan pengujian normalitas, stasioneritas, dan analisis eksplorasi data untuk mendeskripsikan karakteristik variabel terregional yang digunakan. Pengujian stasioner untuk melihat ada tidaknya *trend* pada variabel terregional melalui dipenuhi tidaknya asumsi stasioner orde dua dan stasioner instrinsik adalah sebagai berikut :

#### A. Pengujian Asumsi Stasioner Orde Dua

Terdapat dua langkah yang perlu dilakukan, yaitu :

- 1) Memplotkan titik-titik pengamatan pada setiap lokasi sampel dari masing-masing variabel terregional, yang dinyatakan oleh  $z_k(\mathbf{x}_i)$  terhadap lokasi  $\mathbf{x}_i$ , untuk  $k = 1, 2$  dan  $i = 1, 2, \dots, n$  terhadap sumbu X yang merupakan absis dari koordinat lokasi dan sumbu Y yang merupakan ordinat dari koordinat lokasi secara terpisah. Plot yang dihasilkan berbentuk plot 2 dimensi.
- 2) Memplotkan titik-titik pengamatan pada setiap lokasi sampel dari masing-masing variabel terregional. Lokasi dinyatakan dalam bentuk koordinat (X,Y) sehingga plot lokasi dan data pengamatan berbentuk plot 3 dimensi. Dimana sumbu X merupakan absis dari koordinat lokasi, sumbu Y merupakan ordinat dari koordinat lokasi, dan Z merupakan nilai pengamatan di lokasi

Jika plot tidak menunjukkan adanya *trend* tertentu, maka dapat disimpulkan bahwa data spasial sudah memenuhi asumsi stasioner orde dua. Variabel terregional yang memenuhi asumsi stasioner orde dua dianggap memenuhi asumsi stasioner instrinsik tetapi tidak berlaku sebaliknya. Jika

plot salah satu bahkan kedua variabel terregional menunjukkan adanya trend tertentu maka data spasial tidak memenuhi asumsi stasioner orde dua sehingga perlu dilakukan pengujian asumsi stasioner instrinsik.

#### B. Pengujian Asumsi Stasioner Instrinsik

Terdapat dua langkah yang perlu dilakukan, yaitu :

- 1) Menghitung jarak (**h**) setiap pasangan data untuk masing-masing variabel terregional. Jarak dapat dihitung dengan menggunakan persamaan (2.10)
- 2) Menghitung semivariogram eksperimental untuk setiap pasangan data yang berjarak **h** untuk masing-masing variabel terregional ( $k = 2$ ) dengan menggunakan persamaan (2.12)
- 3) Memplotkan hasil perhitungan semivariogram eksperimental dengan jarak (**h**), di mana sumbu X merupakan semivariogram eksperimental dan sumbu Y merupakan jarak (**h**) .

Jika plot yang dihasilkan menunjukkan bahwa nilai semivariogram eksperimental semakin naik atau meningkat seiring dengan semakin jauh jarak pasangan data dan pada jarak tertentu nilainya mendekati konstan, maka dapat disimpulkan bahwa data spasial yang digunakan memenuhi asumsi stasioner instrinsik.

Jika variabel terregional memenuhi asumsi stasioner orde dua maka estimasi cokriging dapat dilakukan dengan menghitung *cross variogram* atau *cross covariance* eksperimental. Namun, jika hanya memenuhi asumsi stasioner instrinsik maka estimasi cokriging hanya dapat dilakukan dengan menghitung *cross variogram* saja. Apabila variabel terregional tersebut tidak memenuhi kedua asumsi maka dianggap tidak stasioner sehingga perlu dilakukan transformasi data untuk menghilangkan *trend* yang ada. Asumsi stasioneritas harus terpenuhi baik stasioneritas pada rata-rata maupun pada varians. Pada penelitian ini hanya menghilangkan ketidakstasioneran pada varians melalui transformasi logaritma natural. Sedangkan ketidakstasioneran dalam rata-rata masih ada.

2. Menghitung *cross variogram* atau *cross covariance* eksperimental untuk setiap pasangan data yang berjarak  $h$  untuk masing-masing variabel teregional. *Cross variogram* eksperimental dapat dihitung dengan menggunakan persamaan (2.48) sedangkan *cross covariance* eksperimental dengan menggunakan persamaan (2.50)
3. Melakukan analisis struktural (*fitting variogram*) dengan mencocokkan nilai *cross variogram* atau *cross covariance* eksperimental dengan semivariogram teoritis melalui nilai *Residual Sum of Square* (RSS)

*Cross variogram* eksperimental yang telah diperoleh tidak dapat langsung digunakan untuk mengestimasi. *Cross variogram* atau *cross covariance* eksperimental akan diplotkan terlebih dahulu selanjutnya plot yang dihasilkan didekatkan dengan semivariogram teoritis. Tidak adanya aturan yang pasti dalam mengestimasi parameter semivariogram teoritis mengharuskan kita untuk mencoba-coba mencocokkan model semivariogram teoritis yang kita pilih dengan plot *cross variogram* atau *cross covariance* eksperimental. Dari plot tersebut nilai *nugget*, *range*, dan *sill* dapat diestimasi. Hasil estimasi dari parameter semivariogram teoritis akan digunakan untuk mendapatkan model semivariogram teoritis. Model semivariogram teoritis yang dipilih adalah model dengan RSS terkecil.

4. Menguji model semivariogram terpilih melalui *cross validation*

Model *Cross variogram* teoritis yang telah diperoleh selanjutnya akan digunakan untuk mengestimasi dalam metode cokriging, namun sebelumnya perlu dilakukan pengujian apakah model tersebut sesuai dengan kondisi data spasial yang digunakan yang disebut sebagai *cross validation*. Dalam penelitian ini menggunakan *cross validation* dengan prosedur *Leave-One-Out Cross Validation* (LOOCV). Berikut adalah langkah-langkah dalam LOOCV :

- a) Misal  $z_1(\mathbf{x}_i)$  adalah titik-titik pengamatan variabel teregional  $Z_1$  dan  $z_2(\mathbf{x}_i)$  adalah titik-titik pengamatan variabel teregional  $Z_2$  pada lokasi  $\mathbf{x}_i$ . Anggap  $(z_1(\mathbf{x}_i), z_2(\mathbf{x}_i))$  merupakan pasangan titik data pengamatan ke-N
- b) Sementara hapus  $(z_1(\mathbf{x}_i), z_2(\mathbf{x}_i))$  dari kumpulan data pengamatan

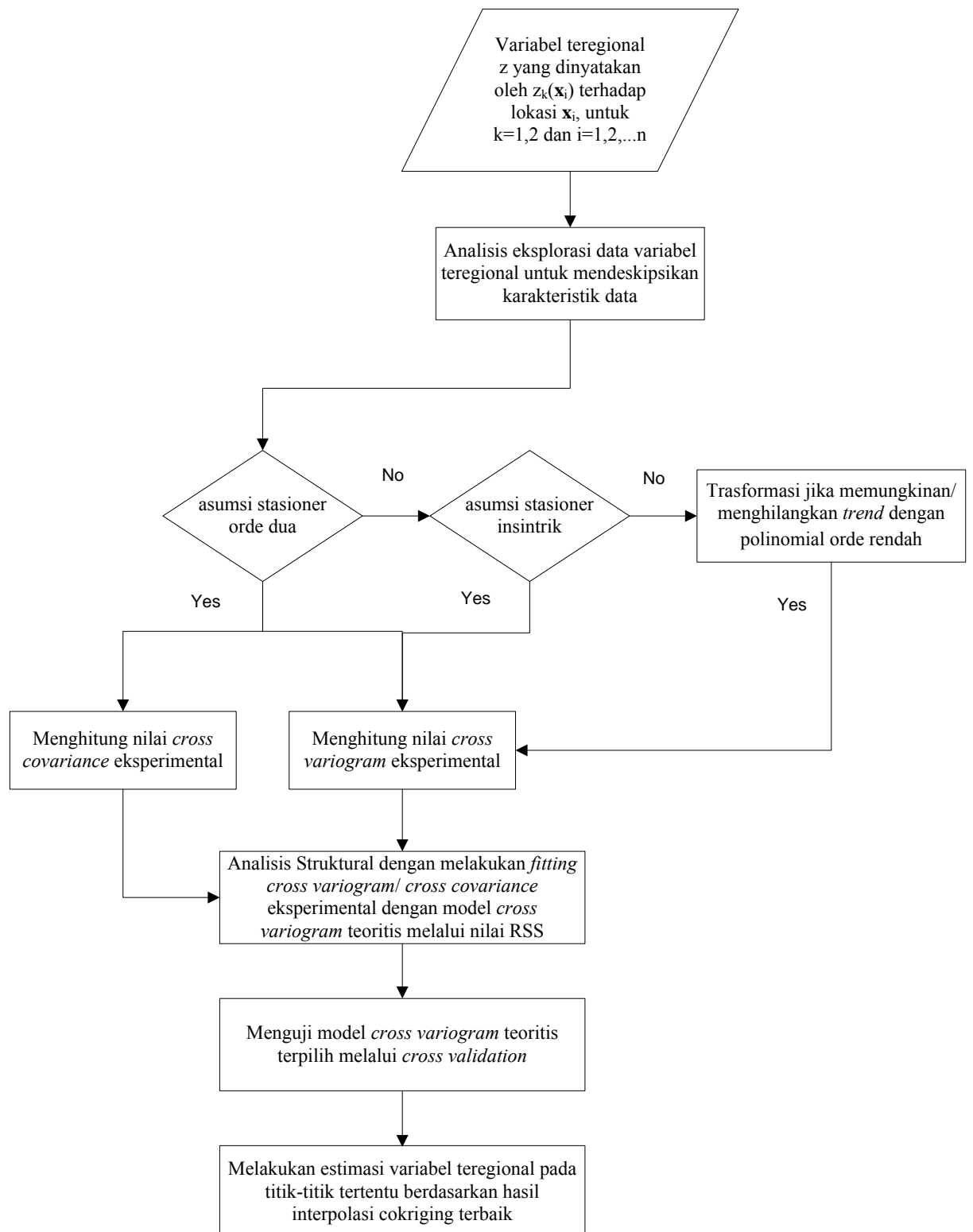
- c) Lakukan pengujian dengan metode *ordinary* cokriging pada N-1 data pengamatan sisa
- d) Selanjutnya membandingkan nilai estimasi  $\hat{z}(\mathbf{x}_i)$  dengan  $z(\mathbf{x}_i)$  dari data pengamatan yang dihapus. Hitung galat dari titik pengamatan yang dihilangkan tersebut dengan rumus :

$$e^* = z(\mathbf{x}_i) - \hat{z}(\mathbf{x}_i)$$

$e^*$  disebut sebagai galat estimasi (*predicted residual*) untuk membedakan dengan galat biasa.

- e) Ulangi langkah (a) untuk setiap  $i = 1, 2, \dots, n$
- f) Hitung *Mean Error (ME)*, *Mean Standardized Prediction Error (MSPE)*, dan *Root Mean Square Standardized Prediction Error (RMSP)* dari  $e_1^*, e_2^*, \dots, e_n^*$

Gambar 3.2 memperlihatkan diagram alir metode interpolasi cokriging



Gambar 3.2. Diagram Alir Metode Interpolasi Cokriging.

## **BAB IV**

### **HASIL DAN PEMBAHASAN**

Pada bagian ini dijabarkan hubungan antara variogram dengan kovarians, algoritma penurunan rumus untuk mendapatkan varians galat dari *ordinary kriging* serta varians dari estimasi galat dari pembobot *cokriging* dan kovarians antara variabel acak. Bagian ini juga membahas karakteristik wilayah, keadaan topografi, arah angin (*windrose*), dan iklim DKI Jakarta, karakteristik konsentrasi  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$ , hubungan antara konsentrasi  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$ , pengujian asumsi, analisis semivariogram, klasifikasi konsentrasi  $\text{SO}_2$ , *cross validation*, serta interpretasi hasil interpolasi *cokriging*.

#### **4.1 Prosedur Interpolasi dengan Cokriging.**

Tahapan interpolasi dengan *cokriging* yang pertama kali dilakukan adalah identifikasi karakteristik variabel teregional primer dan sekunder yang digunakan dalam penelitian. Selain itu perlu juga dilakukan identifikasi karakteristik wilayah penelitian melalui keadaan topografi, arah mata angin, iklim, dan kegiatan penduduk di wilayah penelitian tersebut yang dapat mempengaruhi karakteristik variabel teregional. Langkah yang kedua adalah melakukan analisis semivariogram baik itu pada variabel teregional primer, sekunder, maupun *cross variogram* antara teregional primer dan sekunder. Langkah ketiga adalah melakukan *fitting* semivariogram dengan melihat nilai *Residual Sum of Square* (RSS) yang terkecil. Langkah keempat adalah melakukan *cross validation* dari semivariogram terpilih dengan membandingkan nilai *Mean Error* (ME), *Mean Standardized Prediction Error* (MSPE), dan *Root Mean Square Standardized Prediction Error* (RMSP). Langkah terakhir adalah melakukan interpretasi interpolasi *cokriging* terhadap variabel teregional yang diteliti.

Uraian berikut ini adalah salah satu tahapan dalam analisis semivariogram, di mana variabel teregional harus memenuhi asumsi stasioner agar dapat dilakukan analisis semivariogram. Asumsi stasioner orde dua dan intrinsik dapat digambarkan melalui hubungan variogram atau semivariogram dan kovarians.

Varians galat dari *ordinary* kriging digunakan untuk mendapatkan nilai RSS sebagai pedoman menentukan variogram atau semivariogram terbaik. Sedangkan varians estimasi galat dari pembobot cokriging dan kovarians digunakan untuk mendapatkan varians estimasi galat dari *cross variogram*. Untuk uraian selengkapnya dijabarkan sebagai berikut :

#### 4.1.1 Hubungan Variogram dan Semivariogram dengan Kovarians.

Hubungan antara semivariogram ( $\gamma(\mathbf{h})$ ) dan kovarians berdasarkan persamaan (2.8) di bawah asumsi stasioner orde dua adalah :

$$\begin{aligned}
 \gamma(\mathbf{h}) &= \frac{1}{2} E \left[ (Z(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - Z(\mathbf{x}))^2 \right] \\
 &= \frac{1}{2} \left( E \left[ Z(\mathbf{x} + \mathbf{h})^2 \right] - 2E[Z(\mathbf{x} + \mathbf{h})Z(\mathbf{x})] + E \left[ Z(\mathbf{x})^2 \right] \right) \\
 &= \frac{1}{2} \left( E \left[ Z(\mathbf{x} + \mathbf{h})^2 \right] - 2E[Z(\mathbf{x} + \mathbf{h})Z(\mathbf{x})] + \text{Cov}(0) + \mu^2 \right) \\
 &= \frac{1}{2} \left( E \left[ Z(\mathbf{x} + \mathbf{h})^2 \right] - 2(\text{Cov}(\mathbf{h}) + \mu^2) + \text{Cov}(0) + \mu^2 \right) \\
 &= \frac{1}{2} (\text{Cov}(0) + \mu^2 - 2\text{Cov}(\mathbf{h}) + 2\mu^2 + \text{Cov}(0) + \mu^2) \\
 &= \text{Cov}(0) - \text{Cov}(\mathbf{h})
 \end{aligned}$$

Hubungan dengan variogram ( $2\gamma(\mathbf{h})$ ) dan kovarians di bawah asumsi stasioner orde dua dan stasioner intrinsik, dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 2\gamma(\mathbf{h}) &= \text{Var} [Z(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - Z(\mathbf{x})] \\
 &= E \left[ Z(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - Z(\mathbf{x}) \right]^2 - \left[ E \left[ Z(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - Z(\mathbf{x}) \right] \right]^2 \\
 &= E \left[ Z(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - Z(\mathbf{x}) \right]^2 \\
 &= E \left[ [Z(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - Z(\mathbf{x})][Z(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - Z(\mathbf{x})] \right] \\
 &= E \left[ Z(\mathbf{x} + \mathbf{h})^2 - 2E[Z(\mathbf{x} + \mathbf{h})Z(\mathbf{x})] + E[Z(\mathbf{x})]^2 \right] \\
 &= \text{var} [Z(\mathbf{x} + \mathbf{h})] + [E(Z(\mathbf{x} + \mathbf{h}))]^2 - 2E[Z(\mathbf{x} + \mathbf{h})Z(\mathbf{x})] + \text{var} [Z(\mathbf{x})] + [E(Z(\mathbf{x}))]^2 \\
 &= 2\text{Var} (Z(\mathbf{x})) + 2\mu^2 - 2E[Z(\mathbf{x} + \mathbf{h})Z(\mathbf{x})] \\
 &= 2\text{Var} (Z(\mathbf{x})) - 2E[Z(\mathbf{x} + \mathbf{h})Z(\mathbf{x}) - \mu^2]
 \end{aligned}$$

$$= 2Var(Z(\mathbf{x})) - 2Cov(\mathbf{h})$$

Oleh karena itu hubungan semivariogram ( $\gamma(\mathbf{h})$ ) dengan kovarians dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\gamma(\mathbf{h}) = Var(Z(\mathbf{x})) - Cov(\mathbf{h})$$

karena  $Var(Z(\mathbf{x})) = Cov(0)$ , maka akan diperoleh seperti pada persamaan (2.9).

Jika variabel tereregional tidak memenuhi asumsi stasioner orde dua maka perlu diuji apakah memenuhi asumsi stasioner instrinsik. Apabila variabel tereregional tersebut tidak memenuhi kedua asumsi maka dianggap tidak stasioner sehingga tidak dapat dilakukan estimasi dengan metode cokriging. Jika variabel tereregional tersebut memenuhi asumsi stasioner orde dua maka estimasi cokriging dapat dilakukan dengan menghitung *cross variogram* atau *cross covariance* nya. Namun, jika memenuhi asumsi stasioner instrinsik maka estimasi cokriging hanya dapat dilakukan dengan menghitung *cross variogram* nya saja. Hal ini dikarenakan untuk variabel tereregional yang hanya memenuhi asumsi instrinsik maka perhitungan yang dilakukan hanya untuk perubahan (*increment*) saja.

#### 4.1.2 Varians Galat *Ordinary Kriging*.

Untuk mendapatkan varians galat dari *ordinary kriging*, merujuk pada persamaan (2.26) yang disubsitusikan ke persamaan (2.28) diperoleh persamaan (2.29), berikut adalah uraian algoritma untuk mendapatkan varians galat dari *ordinary kriging*.

$$\begin{aligned}\sigma_\varepsilon^2 &= E \left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j Z(x_i) Z(x_j) \right] - E \left[ 2 \sum_{i=1}^n w_i Z(x_i) Z(x_0) \right] + E \left[ Z^2(x_0) \right] \\ &= E \left[ -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j (-2Z(x_i) Z(x_j)) \right] - E \left[ 2 \sum_{i=1}^n w_i Z(x_i) Z(x_0) \right] + E \left[ Z^2(x_0) \right] \\ &= E \left[ -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j (-2Z(x_i) Z(x_j)) \right] - E \left[ 2 \sum_{i=1}^n w_i Z(x_i) Z(x_0) \right] + E \left[ -\frac{1}{2} (-2Z^2(x_0)) \right]\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
&= E \left[ -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j (-2Z(x_i)Z(x_j) + Z^2(x_i) + Z^2(x_j)) \right] - E \left[ 2 \sum_{i=1}^n w_i Z(x_i)Z(x_0) + 1 \cdot Z^2(x_i) + 1 \cdot Z^2(x_0) \right] \\
&\quad - \frac{1}{2} E \left[ (-2Z(x_0)Z(x_0) + Z^2(x_0) + Z^2(x_0)) \right] \\
&= E \left[ -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j (Z^2(x_i) - 2Z(x_i)Z(x_j) + Z^2(x_j)) \right] - E \left[ 2 \sum_{i=1}^n w_i Z(x_i)Z(x_0) + \sum_{i=1}^n w_i Z^2(x_i) + \sum_{i=1}^n w_i Z^2(x_0) \right] \\
&\quad - \frac{1}{2} E \left[ Z^2(x_0) - 2Z(x_0)Z(x_0) + Z^2(x_0) \right] \\
&= E \left[ -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j (Z(x_i) - Z(x_j))^2 \right] + E \left[ \sum_{i=1}^n w_i (Z^2(x_i) - 2Z(x_i)Z(x_0) + Z^2(x_0)) \right] \\
&\quad - \frac{1}{2} E \left[ (Z(x_0) - Z(x_0))^2 \right] \\
&= E \left[ -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j (Z(x_i) - Z(x_j))^2 \right] + E \left[ \sum_{i=1}^n w_i (Z(x_i) - Z(x_0))^2 \right] - \frac{1}{2} E \left[ (Z(x_0) - Z(x_0))^2 \right] \\
&= -\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \frac{1}{2} E \left[ (Z(x_i) - Z(x_j))^2 \right] + 2 \sum_{i=1}^n w_i \left( \frac{1}{2} E \left[ (Z(x_i) - Z(x_0))^2 \right] \right) - \frac{1}{2} E \left[ (Z(x_0) - Z(x_0))^2 \right]
\end{aligned}$$

#### 4.1.3 Varians Estimasi Galat dari Pembobot Cokriging dan Kovarians.

Untuk mendapatkan varians estimasi galat dari pembobot cokriging dan kovarians antara variabel acak yang dinyatakan pada persamaan (2.42) hal ini merujuk pada persamaan galat estimasi yang dinyatakan pada persamaan (2.40) dan varian  $R$  pada persamaan (2.41) sehingga diperoleh :

$$Var(R) = w^T C_Z w$$

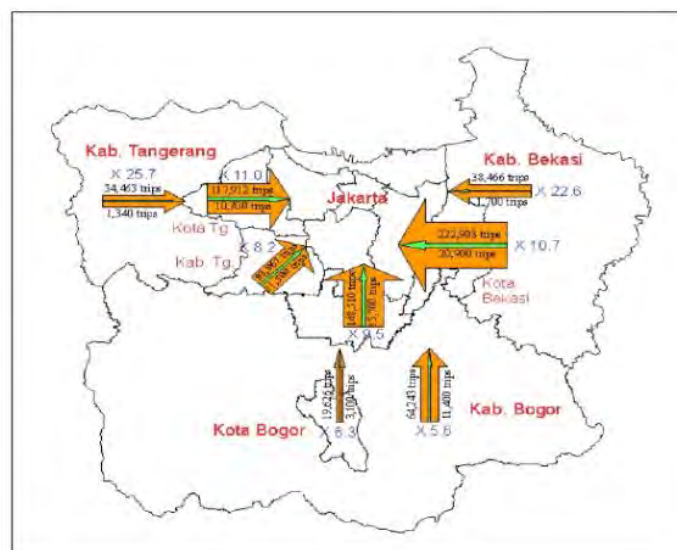
$$\begin{aligned}
Var(R) &= Var \left[ \sum_{i=1}^n a_i U_i + \sum_{j=1}^m b_j V_j - U_0 \right] \\
&= E \left[ \left( \left( \sum_{i=1}^n a_i U_i + \sum_{j=1}^m b_j V_j - U_0 \right) - E \left( \sum_{i=1}^n a_i U_i + \sum_{j=1}^m b_j V_j - U_0 \right) \right)^2 \right] \\
&= E \left[ \left( \left( \sum_{i=1}^n a_i U_i + \sum_{j=1}^m b_j V_j - U_0 \right) - \left( \sum_{i=1}^n a_i E(U_i) + \sum_{j=1}^m b_j E(V_j) - E(U_0) \right) \right)^2 \right] \\
&= E \left[ \left( \sum_{i=1}^n a_i U_i + \sum_{j=1}^m b_j V_j - U_0 \right)^2 - 2 \left( \sum_{i=1}^n a_i U_i + \sum_{j=1}^m b_j V_j - U_0 \right) \left( \sum_{i=1}^n a_i E(U_i) + \sum_{j=1}^m b_j E(V_j) - E(U_0) \right) \right. \\
&\quad \left. + \left( \sum_{i=1}^n a_i E(U_i) + \sum_{j=1}^m b_j E(V_j) - E(U_0) \right)^2 \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= E \left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_i a_j U_i U_j + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_i b_j U_i V_j - 2 \sum_{i=1}^n a_i U_i U_0 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m b_i b_j V_i V_j - 2 \sum_{j=1}^m b_j V_j U_0 + U_0 U_0 \right. \\
&\quad - 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_i a_j U_i E(U_j) - 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_i b_j U_i E(V_j) + 2 \sum_{i=1}^n a_i U_i E(U_0) + 2 \sum_{i=1}^n a_i E(U_i) U_0 \\
&\quad + 2 \sum_{j=1}^m b_j E(V_j) U_0 - 2 U_0 E(U_0) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_i a_j E(U_i) E(U_j) + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_i b_j E(U_i) E(V_j) \\
&\quad \left. - 2 \sum_{i=1}^n a_i E(U_i) E(U_0) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m b_i b_j E(V_i) E(V_j) - 2 \sum_{j=1}^m b_j E(V_j) E(U_0) + E(U_0) E(U_0) \right] \\
&= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_i a_j E(U_i U_j) + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_i b_j E(U_i V_j) - 2 \sum_{i=1}^n a_i E(U_i U_0) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m b_i b_j E(V_i V_j) \\
&\quad - 2 \sum_{j=1}^m b_j E(V_j U_0) + E(U_0 U_0) - 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_i a_j E(U_i) E(U_j) - 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_i b_j E(U_i) E(V_j) \\
&\quad + 2 \sum_{i=1}^n a_i E(U_i) E(U_0) - 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_i b_j E(U_i) E(V_j) - 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m b_i b_j E(V_i) E(V_j) \\
&\quad + 2 \sum_{j=1}^m b_j E(V_j) E(U_0) + 2 \sum_{i=1}^n a_i E(U_i) E(U_0) + 2 \sum_{j=1}^m b_j E(V_j) E(U_0) - 2 E(U_0) E(U_0) \\
&\quad + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_i a_j E(U_i) E(U_j) + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_i b_j E(U_i) E(V_j) - 2 \sum_{i=1}^n a_i E(U_i) E(U_0) \\
&\quad + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m b_i b_j E(V_i) E(V_j) - 2 \sum_{j=1}^m b_j E(V_j) E(U_0) + E(U_0) E(U_0) \\
&= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_i a_j (E(U_i U_j) - E(U_i) E(U_j)) + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_i b_j (E(U_i V_j) - E(U_i) E(V_j)) \\
&\quad + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m b_i b_j (E(V_i V_j) - E(V_i) E(V_j)) - 2 \sum_{i=1}^n a_i (E(U_i U_0) - E(U_i) E(U_0)) \\
&\quad - \sum_{j=1}^m b_j (E(V_j U_0) - E(V_j) E(U_0)) - (E(U_0 U_0) - E(U_0) E(U_0)) \\
&= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_i a_j \text{Cov}(U_i U_j) + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_i b_j \text{Cov}(U_i V_j) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m b_i b_j \text{Cov}(V_i V_j) \\
&\quad - 2 \sum_{i=1}^n a_i \text{Cov}(U_i U_0) - \sum_{j=1}^m b_j \text{Cov}(V_j U_0) + \text{Cov}(U_0 U_0)
\end{aligned}$$

## 4.2 Gambaran Umum *Mobilitas* Transportasi di Wilayah DKI Jakarta.

DKI Jakarta dengan luas wilayah 662,33 km<sup>2</sup>, pada tahun 2012 memiliki jumlah penduduk sebesar 9.761.407 jiwa (BPS, 2013). DKI Jakarta dikelilingi

oleh tujuh daerah pemerintahan (Bodetabek) yang meliputi Kota Bogor, Kabupaten Bogor, Kota Depok, Kota Bekasi, Kabupaten Bekasi, Kota Tangerang, dan Kabupaten Tangerang. DKI Jakarta sebagai ibu kota Republik Indonesia, tidak hanya menjadi pusat pemerintah tetapi juga merupakan pusat ekonomi dan jasa. Hal ini meningkatkan jumlah perjalanan (*mobilitas*) penduduk di sekitar DKI Jakarta untuk melakukan aktivitas di DKI Jakarta. Gambar 4.1 menunjukkan bahwa telah terjadi peningkatan *mobilitas* di sekitar DKI Jakarta selama tahun 1985-2002. Jumlah *mobilitas* dari Kota Tangerang telah meningkat 11 kali, jumlah *mobilitas* dari Kabupaten Bekasi telah meningkat 22,6 kali, jumlah *mobilitas* dari Kota Bekasi telah meningkat 10,7 kali, jumlah *mobilitas* dari Kota Depok meningkat sekitar 9,5 kali, dan daerah lainnya juga memiliki kecenderungan mengalami kenaikan *mobilitas* yang sama.



Gambar 4.1. Peningkatan Perjalanan (*Mobilitas*) Menuju Jakarta dari Daerah Sekitarnya : 1985-2002 (sumber : SITRAMP 2004)

Berdasarkan penelitian yang dilakukan Mochtar dan Hino (2006), aktivitas yang dilakukan dari dan ke DKI Jakarta menjadikan transportasi sebagai kebutuhan dasar. Hasil dari *Study on Integrated Transportation Master Plan* (SITRAMP) pada 2002 memperkirakan bahwa perjalanan harian untuk melakukan aktivitas menuju ke DKI Jakarta akan mencapai 14,2 juta pada tahun 2015, dan rata-rata panjang perjalanan “untuk bekerja” meningkat dari 2,69 km di

tahun 1985 menjadi 3,52 km di tahun 2000. Pada tahun 2006, 50 persen perjalanan dilakukan dengan bus, 30 persen dengan mobil pribadi, dan 13 persen dengan sepeda motor.

Sektor transportasi ini merupakan penyumbang utama polusi udara di DKI Jakarta. Kendaraan bermotor merupakan penyumbang utama polusi udara dari transportasi darat. Gas SO<sub>2</sub> dan NO<sub>2</sub> merupakan gas yang paling sering ditemukan diantara pencemaran udara di daerah perkotaan yang berasal dari kendaraan bermotor (Budiharjo, 1991). Tingkat *mobilitas* yang tinggi ditambah dengan industrialisasi merupakan sumber polusi udara, terutama di daerah perkotaan (*urban*) seperti DKI Jakarta. Berdasarkan peringkat UNEP (*United Nations Environment Programme*) pada tahun 1990, DKI Jakarta merupakan kota ketiga yang paling tercemar setelah Mexico City dan Bangkok (World Bank, 2003 dalam Asri dan Hidayat, 2005). Sedangkan berdasarkan perhitungan Indeks Kualitas Udara dari Kementerian Lingkungan Hidup tahun 2012 dari 33 provinsi di Indonesia, DKI Jakarta berada pada posisi terakhir dengan indeks 47,21 dari indeks nasional sebesar 84,32 (KemenLH, 2012).

Pada tahun 2012, konsentrasi SO<sub>2</sub> tertinggi berasal dari sumber tidak bergerak yaitu industri sebesar 46,86 ton/tahun sedangkan dari sumber bergerak yaitu transportasi sebesar 9.844.545,90 ton/tahun. Untuk konsentrasi NO<sub>x</sub> tertinggi berasal dari sumber bergerak yaitu transportasi sebesar 22.468.261,80 ton/tahun (BPLHD, 2013). Berdasarkan laporan Dinas Pelayanan Pajak 2012, jumlah kendaraan bermotor di DKI Jakarta pada tahun 2012 mencapai 6.154.523 unit. Laju pertumbuhan kendaraan setiap tahunnya mencapai 10 persen sedangkan pertumbuhan jalan hanya sebesar 1,4 persen, hal ini akan berdampak pada kemacetan jalan yang selanjutnya akan menimbulkan emisi gas buangan yang besar. Emisi gas buangan yang dihasilkan oleh kendaraan tersebut akan memberikan kontribusi terhadap penurunan kualitas udara di DKI Jakarta.

#### **4.3 Keadaan Topografi, Arah Angin (*Windrose*), dan Iklim DKI Jakarta.**

Menurut Lestari (2003) dalam Aji (2006), keadaan topografi dan faktor klimatologi suatu wilayah dapat memberikan pengaruh terhadap konsentrasi

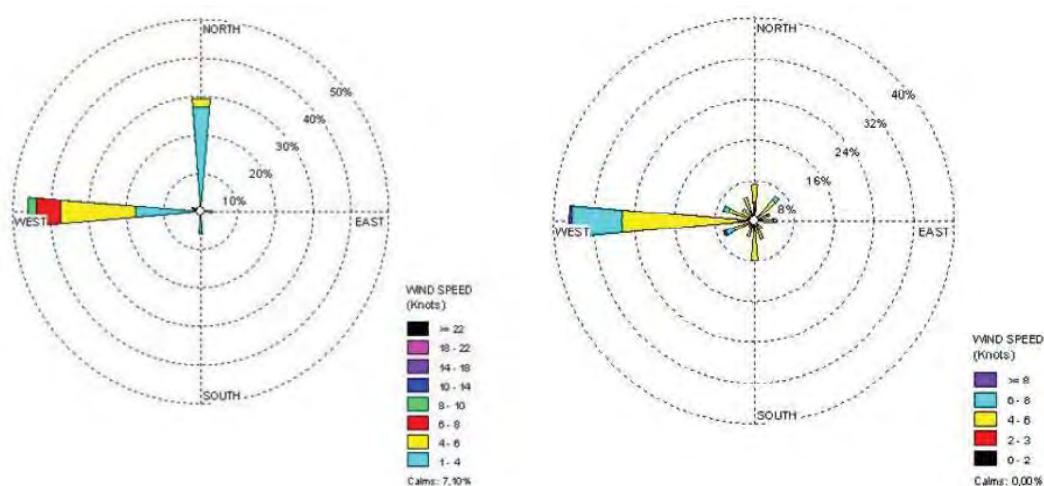
polutan di udara. Keadaan topografi akan mempengaruhi penyebaran polutan di sekitar wilayah tersebut. Konsentrasi polutan pada wilayah yang terletak di dataran rendah akan berbeda dengan daerah di dataran tinggi maupun cekungan. Namun, suatu wilayah tidak akan mengalami polusi udara jika tidak terdapat sumber polutan di wilayah tersebut.

Berdasarkan keadaan topografinya, wilayah DKI Jakarta dikategorikan sebagai daerah datar dan landai. Ketinggian tanah dari pantai sampai ke banjir kanal berkisar antara 0-10 m di atas permukaan laut diukur dari titik nol Tanjung Priok. Sedangkan dari banjir kanal sampai batas paling selatan di wilayah DKI Jakarta antara 5-50 m di atas permukaan laut. Daerah pantai merupakan daerah rawa atau daerah yang selalu tergenang air pada musim hujan. Di daerah bagian selatan banjir kanal terdapat perbukitan rendah dengan ketinggian antara 50-75 m (KemenHut, 2012). Berdasarkan keadaan topografi DKI Jakarta yang datar dan landai, polutan yang terbawa oleh arah angin tidak ada penghalang berupa gunung atau bukit, sehingga tidak akan berbelok dan bergerak mengikuti arah angin tersebut.

Kecepatan angin akan mempengaruhi penyebaran polutan. Angin dapat berperan sebagai pengencer polutan. Semakin tinggi kecepatan angin semakin berkurang konsentrasi polutan di udara. Kecepatan angin akan mengalami peningkatan seiring dengan ketinggian tempat. Semakin tinggi letak sumber polutan akan memudahkan dalam pengenceran polutan (Sastrawijaya, 1991). Arah dan kecepatan angin dapat disajikan dalam bentuk mawar angin (*windrose*). *Windrose* digunakan untuk menggambarkan arah angin yang dominan di suatu wilayah. Gambar 4.2 adalah *windrose* yang dikeluarkan oleh Stasiun Klimatologi Pondok Betung, Tangerang, dimana stasiun ini menganalisis kondisi klimatologi di Wilayah Banten dan DKI Jakarta.

*Windrose* periode Oktober 2011-Maret 2012 menunjukkan bahwa *prevailing wind* terjadi pada arah barat dengan persentase > 40 persen, sedangkan kecepatan angin yang paling dominan terjadi antara interval 1-4 knot ke arah utara yang ditandai dengan warna biru muda serta antara interval 4-6 knot ke arah barat yang ditandai dengan warna kuning. Sedangkan *windrose* periode Oktober 2012-Maret 2013 juga menunjukkan bahwa *prevailing wind* terjadi pada arah barat

dengan persentase > 40 persen, sedangkan kecepatan angin yang paling dominan terjadi pada kecepatan antara interval 4-6 knot yang ditandai dengan warna kuning. Menurut *Beaufort Wind Scale* kecepatan angin antara interval 4-6 knot atau setara dengan 7,408-11,112 km/jam dikategorikan *light breeze*, di mana kecepatan angin ini tergolong rendah. Di darat angin ini bisa dirasakan di wajah, menggerakkan daun pada tanaman, dan baling-baling dapat mulai bergerak.



(a) (b)  
Gambar 4.2 *Windrose* : (a) Periode Oktober 2011-Maret 2012  
dan (b) Periode Oktober 2012- Maret 2013  
(sumber : BMKG Stasiun Klimatologi Pondok Bentung, 2012-2013)

Terdapat faktor alam lainnya yang dapat mempengaruhi tinggi rendahnya polutan, yaitu kondisi iklim atau cuaca. DKI Jakarta dan seluruh daerah di Indonesia pada umumnya mempunyai dua iklim, yaitu musim kemarau dan hujan. Bulan April-September merupakan musim kemarau dan Oktober-Maret merupakan musim hujan. Pada bulan-bulan yang termasuk dalam musim hujan biasanya konsentrasi polutan lebih rendah dibandingkan bulan-bulan dalam musim kemarau.

#### 4.4 Karakteristik Konsentrasi $\text{SO}_2$ dan $\text{NO}_2$ .

Data pengamatan pada sembilan titik stasiun pemantauan udara ambien BPLHD untuk konsentrasi  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  per bulan selama tahun 2012 lengkap,

namun pada lima titik stasiun pemantauan udara ambien BMKG pada bulan Januari untuk data konsentrasi  $\text{NO}_2$  tidak ada dikarenakan terdapat kerusakan pada alat pengukuran, sehingga digunakan data 2011 dengan asumsi tidak terjadi perubahan yang signifikan pada data tersebut. Hal tersebut dilakukan agar keseluruhan data dapat dianalisis dengan metode cokriging. Data konsentrasi  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  di wilayah DKI Jakarta mempunyai karakteristik yang berbeda-beda. Rata-rata menyatakan ukuran pemusatan data, sedangkan varians menyatakan ukuran penyebaran data. Karakteristik ini tersaji pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1 Nilai Minimum, Nilai Maksimum, Rata-rata, dan Varians  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$

Polutan	Bulan	Nilai Minimum	Nilai Maksimum	Rata-rata	Varians
$\text{SO}_2$ ( $\mu\text{g}/\text{m}^3$ )	Januari	4,80	31,40	13,81	83,17
	Februari	10,50	62,10	30,90	239,72
	Maret	12,60	44,60	25,79	83,80
	April	12,00	38,35	23,22	74,14
	Mei	11,00	72,20	38,30	453,83
	Juni	14,60	69,90	46,40	446,07
	Juli	15,70	64,95	40,82	284,40
	Agustus	15,70	58,05	36,46	200,43
	September	0,70	19,70	11,42	45,00
	Oktober	17,80	46,60	30,33	74,64
	November	16,20	53,05	27,85	104,24
	Desember	6,40	61,10	22,51	239,29
$\text{NO}_2$ ( $\mu\text{g}/\text{m}^3$ )	Januari	7,50	102,51	26,41	702,16
	Februari	6,30	66,35	28,23	315,64
	Maret	5,70	228,70	48,80	4.459,70
	April	8,00	49,60	23,31	180,59
	Mei	8,90	56,10	26,24	138,84
	Juni	3,80	54,00	22,99	155,89
	Juli	6,85	79,10	27,19	451,32
	Agustus	4,20	83,80	30,85	672,36
	September	0,90	55,80	20,48	420,73
	Oktober	9,55	95,70	37,10	536,79
	November	9,05	74,10	28,66	331,08
	Desember	3,50	61,50	28,20	280,90

Konsentrasi  $\text{SO}_2$  minimum terjadi pada bulan September di titik pengamatan KBN Cakung sebesar  $0,70 \mu\text{g}/\text{m}^3$  dan konsentrasi maksimum terjadi pada bulan Mei yaitu di titik pengamatan Kalideres sebesar  $72,20 \mu\text{g}/\text{m}^3$ . Rata-rata konsentrasi  $\text{SO}_2$  di empat belas titik pengamatan terendah terjadi pada bulan September sebesar  $11,42 \mu\text{g}/\text{m}^3$  dengan varians sebesar  $45,00 \mu\text{g}/\text{m}^3$ , hal ini berarti konsentrasi  $\text{SO}_2$  pada bulan September antara titik satu dengan titik lainnya tidak terlalu bervariasi. Sedangkan rata-rata konsentrasi  $\text{SO}_2$  tertinggi dari empat belas titik pengamatan terjadi pada bulan Juni sebesar  $46,4 \mu\text{g}/\text{m}^3$  dengan varians

sebesar  $446,07 \mu\text{g}/\text{m}^3$ , hal ini berarti konsentrasi  $\text{SO}_2$  pada bulan Juni pada empat belas titik pengamatan tersebut sangat bervariasi.

Seperti pada konsentrasi  $\text{SO}_2$ , nilai minimum konsentrasi  $\text{NO}_2$  juga terjadi pada bulan September, namun terjadi pada di titik pengamatan yang berbeda yaitu di titik pengamatan Ancol 1 (BPLHD) sebesar  $0,90 \mu\text{g}/\text{m}^3$ . Konsentrasi  $\text{NO}_2$  maksimum terjadi pada bulan Maret yaitu di titik pengamatan KBN Cakung sebesar  $228,70 \mu\text{g}/\text{m}^3$ . Rata-rata konsentrasi  $\text{NO}_2$  terendah sebesar  $20,48 \mu\text{g}/\text{m}^3$  dengan varians sebesar  $420,73 \mu\text{g}/\text{m}^3$  terjadi pada bulan September, hal ini berarti konsentrasi  $\text{NO}_2$  pada bulan September antara titik satu dengan titik lainnya sangat bervariasi. Sedangkan rata-rata konsentrasi  $\text{NO}_2$  tertinggi dari empat belas titik pengamatan terjadi pada bulan Maret sebesar  $48,80 \mu\text{g}/\text{m}^3$  dengan varians sebesar  $4.459,70 \mu\text{g}/\text{m}^3$ , hal ini berarti konsentrasi  $\text{NO}_2$  pada bulan Maret pada empat belas titik pengamatan tersebut sangat bervariasi.

#### **4.5 Hubungan antara Konsentrasi $\text{SO}_2$ dan $\text{NO}_2$ .**

Data yang akan digunakan dalam analisis cokriging terlebih dahulu harus diketahui apakah antara variabel terregional primer ( $\text{SO}_2$ ) dan variabel terregional sekunder ( $\text{NO}_2$ ) saling berkorelasi. Terdapat dua cara dalam pemilihan variabel terregional sekunder, pertama meneliti apakah secara teoritis variabel terregional sekunder muncul secara bersamaan dengan variabel terregional primer. Dalam penelitian ini konsentrasi  $\text{NO}_2$  dihasilkan secara bersama-sama dengan konsentrasi  $\text{SO}_2$  dari sumber bergerak yaitu sektor transportasi dan sumber tidak bergerak yaitu sektor industri (BPLHD, 2013). Berdasarkan alasan tersebut dapat disimpulkan bahwa secara teoritis konsentrasi  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  saling berkorelasi. Cara yang kedua adalah pembuktian empirik secara statistik. Hal ini dapat dilakukan melalui uji korelasi Pearson untuk melihat ada tidaknya korelasi antara variabel terregional primer dan terregional sekunder. Nilai korelasi Pearson antara  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  dapat dilihat pada Tabel 4.2.

Nilai korelasi pearson untuk bulan Januari, Maret, Mei, Juni, Juli, Agustus, dan Oktober signifikan pada  $\alpha = 5\%$ , sehingga dapat disimpulkan terdapat korelasi antara  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  pada bulan-bulan tersebut dan analisis cokriging dapat



dilanjutkan. Sedangkan untuk bulan Februari, April, September, November, dan Desember tidak ada korelasi antara SO<sub>2</sub> dan NO<sub>2</sub> pada bulan tersebut sehingga analisis cokriging tidak dapat dilanjutkan. Namun karena secara teoritis kedua konsentrasi SO<sub>2</sub> dan NO<sub>2</sub> saling berkorelasi maka pada semua bulan tetap dapat dianalisis dengan cokriging.

Tabel 4.2 Korelasi Pearson antara SO<sub>2</sub> dan NO<sub>2</sub> per bulan

Bulan	Korelasi Pearson	<i>p-value</i>
Januari	0,802	0,001 *
Februari	0,361	0,205
Maret	0,728	0,003 *
April	-0,431	0,124
Mei	-0,588	0,027 *
Juni	-0,569	0,034 *
Juli	-0,837	0,000 *
Agustus	-0,757	0,002 *
September	0,433	0,122
Oktober	-0,589	0,027 *
November	-0,440	0,116
Desember	-0,129	0,661

\* signifikan ( $\alpha < 0.05$ )

#### 4.6 Pengujian Asumsi.

Data geostatistik yang akan diinterpolasi dengan kriging maupun cokriging tidak mengharuskan dipenuhinya asumsi kenormalan. Sebagai estimator yang didapatkan dari rata-rata pembobot, kriging merupakan suatu estimator yang *unbiased*, baik pada data berdistribusi normal maupun tidak. Namun, jika data berdistribusi normal, kriging merupakan estimator yang paling baik dari seluruh estimator *unbiased*, tidak hanya dari estimator yang didapatkan dari rata-rata pembobot (webhelp.esri.com, diakses tanggal 1 Februari, 2015). Kriging dan cokriging harus memenuhi asumsi stasioner orde dua dan stasioner instrinsik. Asumsi stasioner merupakan asumsi bahwa galat acak mempunyai rata-rata nol dan varians antara dua galat acak hanya bergantung pada jarak dan arah yang memisahkannya, tidak bergantung pada lokasi sampel.

#### 4.6.1 Asumsi Kenormalan.

Ukuran sampel merupakan salah satu faktor yang dapat mempengaruhi uji kenormalan. Statistik uji Shapiro-Wilk membutuhkan ukuran sampel antara 3-50, uji Shapiro-Wilk paling efektif dalam menguji kenormalan pada ukuran sampel kecil (Ahad et.all, 2011). Hasil statistik uji Shapiro-Wilk ( $W_n$ ) dan  $p$ -value pada variabel teregional per bulan disajikan pada Tabel 4.3.

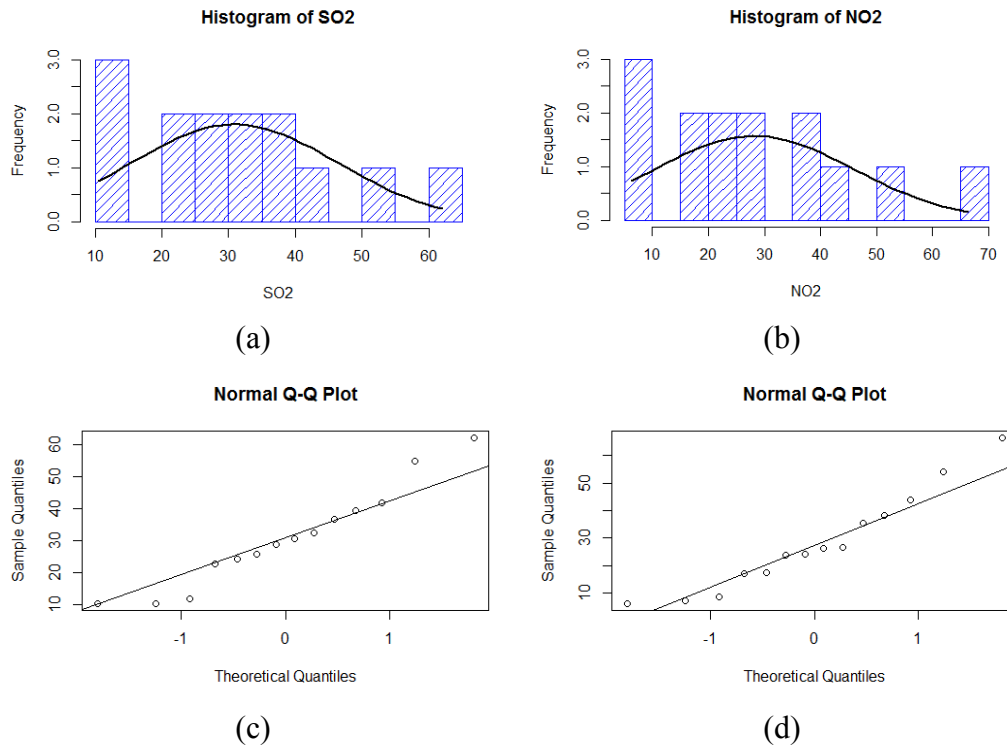
Tabel 4.3 Nilai Shapiro-wilk dan  $p$ -value pada  $SO_2$  dan  $NO_2$  per Bulan

No	Variabel	Nilai $W_n$	$p$ -value	Keterangan
1	$SO_2$ Januari	0,850	0,022	Tidak berdistribusi normal
2	$SO_2$ Februari	0,946	0,498	Berdistribusi normal
3	$SO_2$ Maret	0,964	0,782	Berdistribusi normal
4	$SO_2$ April	0,914	0,180	Berdistribusi normal
5	$SO_2$ Mei	0,899	0,112	Berdistribusi normal
6	$SO_2$ Juni	0,831	0,012	Tidak berdistribusi normal
7	$SO_2$ Juli	0,883	0,065	berdistribusi normal
8	$SO_2$ Agustus	0,942	0,450	Berdistribusi normal
9	$SO_2$ September	0,895	0,095	Berdistribusi normal
10	$SO_2$ Oktober	0,943	0,461	Berdistribusi normal
11	$SO_2$ November	0,898	0,106	Berdistribusi normal
12	$SO_2$ Desember	0,851	0,023	Tidak berdistribusi normal
13	$NO_2$ Januari	0,720	0,000	Tidak berdistribusi normal
14	$NO_2$ Februari	0,937	0,381	Berdistribusi normal
15	$NO_2$ Maret	0,637	0,000	Tidak berdistribusi normal
16	$NO_2$ April	0,921	0,230	Berdistribusi normal
17	$NO_2$ Mei	0,921	0,227	Berdistribusi normal
18	$NO_2$ Juni	0,937	0,386	Berdistribusi normal
19	$NO_2$ Juli	0,842	0,017	Tidak berdistribusi normal
20	$NO_2$ Agustus	0,853	0,024	Tidak berdistribusi normal
21	$NO_2$ September	0,819	0,009	Tidak Berdistribusi normal
22	$NO_2$ Oktober	0,880	0,058	Berdistribusi normal
23	$NO_2$ November	0,878	0,055	Berdistribusi normal
24	$NO_2$ Desember	0,965	0,798	Berdistribusi normal

Keterangan : baris yang diarsir merupakan data yang tidak memenuhi asumsi kenormalan

Uji kenormalan dapat dilakukan dengan melihat histogram dan kuantil-kuantil normal plot. Histogram konsentrasi  $SO_2$  dan  $NO_2$  pada bulan Februari menunjukkan data pengamatan mendekati distribusi normal (Gambar 4.3 (a) dan (b)) Sedangkan kuantil-kuantil normal plot untuk konsentrasi  $SO_2$  dan  $NO_2$  pada bulan Februari menunjukkan data pengamatan menyebar disekitar garis diagonal (Gambar 4.3 (c) dan (d)). Sehingga dapat disimpulkan bahwa data konsentrasi  $SO_2$  dan  $NO_2$  pada bulan Februari memenuhi asumsi kenormalan. Untuk bulan

lainnya histogram dan kuantil-kuantil normal plot secara lengkap dapat dilihat pada Lampiran 5 dan 6.

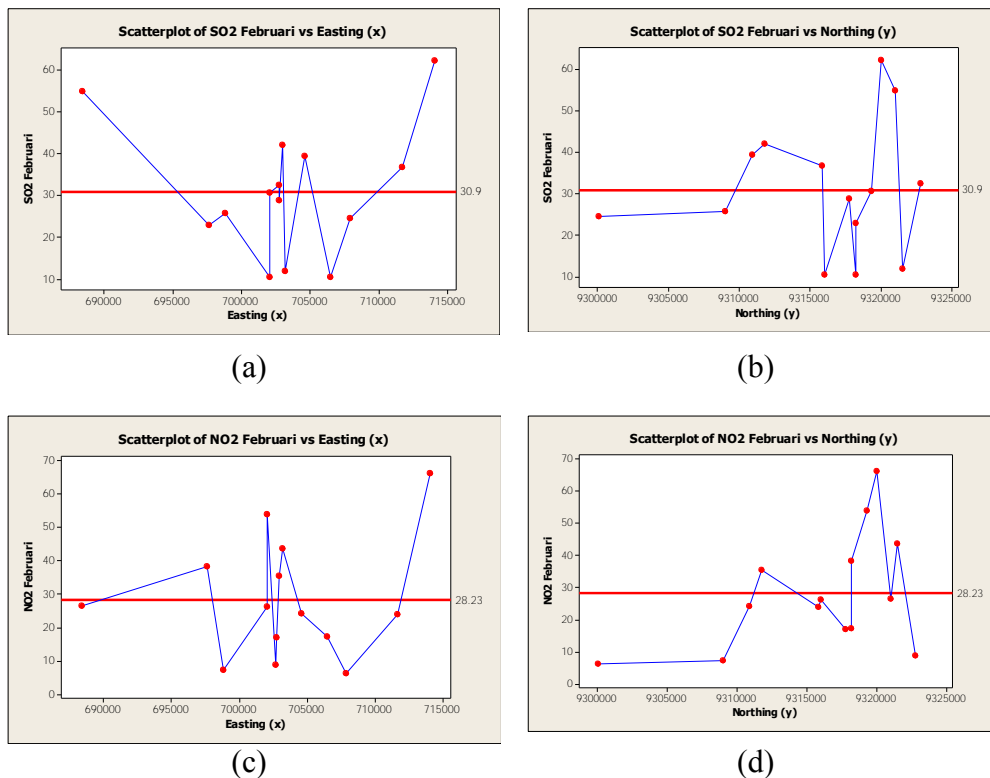


Gambar 4.3 Histogram Bulan Februari : (a) SO<sub>2</sub>, (b) NO<sub>2</sub> dan Kuantil-Kuantil Normal Plot : (c) SO<sub>2</sub>, (d) NO<sub>2</sub>

#### 4.6.2 Asumsi Stasioner.

Dalam menguji asumsi stasioner orde dua dan intrinsik dapat dilakukan dengan dua cara, pertama dengan memplotkan titik-titik pengamatan untuk masing-masing konsentrasi terhadap titik absis dan titik ordinat dari koordinat lokasi secara terpisah membentuk plot 2D. Cara kedua adalah dengan memplotkan titik-titik pengamatan untuk masing-masing konsentrasi terhadap titik absis dan titik ordinat dari koordinat lokasi secara bersama-sama membentuk plot 3D. Plot 2 dimensi untuk konsentrasi SO<sub>2</sub> dan NO<sub>2</sub> pada bulan Februari diperlihatkan pada Gambar 4.4, sedangkan untuk bulan lainnya secara lengkap dapat dilihat pada Lampiran 7. Sedangkan Plot 3 dimensi diperlihatkan pada Gambar 4.5 dan untuk bulan lainnya secara lengkap dapat dilihat pada Lampiran 8

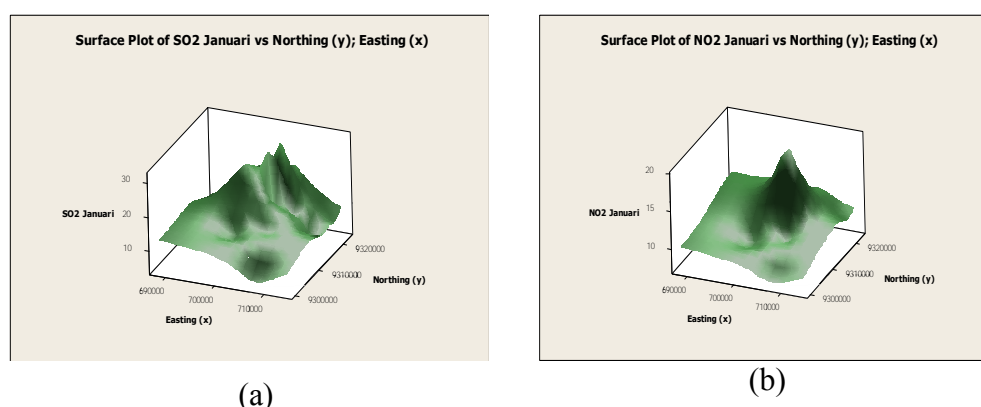
Plot yang dihasilkan baik itu plot 2 dimensi maupun 3 dimensi untuk masing-masing konsentrasi  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  tiap bulan menunjukkan adanya *trend* atau pola tertentu pada beberapa bulan pengamatan. Sehingga dapat disimpulkan bahwa data konsentrasi  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  belum memenuhi asumsi stasioner orde dua dan instrinsik. Transformasi dan penghapusan *trend* dapat digunakan jika asumsi normalitas dan stasioneritas tidak terpenuhi.



Gambar 4.4 *Scatterplot* 2 Dimensi bulan Februari : (a)  $\text{SO}_2$  Easting (x), (b)  $\text{SO}_2$  Northing (y), (c)  $\text{NO}_2$  Easting (x), dan (d)  $\text{NO}_2$  Northing (y)

Pada data yang tidak berdistribusi normal terdapat beberapa pengamatan yang nilainya lebih rendah atau lebih tinggi dibandingkan pengamatan lain (*outlier*). Nilai-nilai pengamatan yang tinggi meningkatkan varians dari data dan membuat analisa semivariogram dan estimasi *ordinary* kriging sulit untuk dilakukan. Menurut Journel (1983) dalam Yamamoto dan Rafael (2010), semivariogram eksperimental sangat sensitif terhadap nilai-nilai pengamatan yang tinggi dan akibatnya semivariogram eksperimental tidak bisa digunakan untuk mengestimasi. Terdapat dua solusi yang ditawarkan untuk masalah ini, pertama

adalah dengan memangkas (*trim off*) nilai pengamatan yang tinggi dan yang kedua adalah dengan mentransformasi data asli menggunakan fungsi seperti akar kuadrat, logaritma natural atau mengubah skor normal. Solusi yang kedua yaitu melakukan Transformasi data merupakan solusi yang lebih baik daripada solusi pertama. Tujuan transformasi data adalah untuk mendapatkan distribusi yang simetris. Pada penelitian ini digunakan transformasi logaritma natural. Transformasi ini hanya mampu mengatasi ketidakstasioneran pada varians saja, sedangkan ketidakstasioneran pada rata-rata belum teratasi. Transformasi logaritma natural merupakan pilihan yang baik digunakan tidak hanya di geostatistik tetapi juga di bidang lain. Transformasi logaritma natural memiliki sifat prediksi khusus dan dikenal sebagai kriging lognormal (Yamamoto dan Rafael, 2010). Data yang telah ditransformasi dengan logaritma natural hanya akan disajikan pada *cross validation* saja.



Gambar 4.5 Plot 3 Dimensi Konsentrasi Bulan Februari terhadap *Easting* (x) dan *Northing* (y) : (a) SO<sub>2</sub> dan (b) NO<sub>2</sub>

#### 4.7 Analisis Semivariogram.

Pemilihan semivariogram teoritis dilakukan sebagai langkah awal dalam mengestimasi konsentrasi SO<sub>2</sub> dan NO<sub>2</sub> pada analisa menggunakan metode kriging dan cokriging. Dalam penelitian ini hanya menggunakan empat model semivariogram isotropi teoritis, yaitu model linier, spherical, eksponensial, dan gaussian. Semivariogram yang digunakan dalam penelitian ini adalah semivariogram isotropi. Semivariogram isotropi hanya bergantung pada jarak (**h**)

saja dengan tidak mempertimbangkan arah. Parameter penyusun semivariogram adalah nilai *nugget* ( $C_0$ ), *sill* ( $C_0 + C$ ), *range* ( $A_0$ ), dan rasio *nugget-sill* ( $C_0/(C_0 + C)$ ). Informasi validasi *Root Mean Squared Error* (RSS) digunakan untuk menentukan kecocokan model semivariogram.

Rasio *nugget-sill* digunakan untuk mengukur autokorelasi spasial (dependensi spasial) dari variabel terestrial (Saby, Arrouays, Boulonne, Jolivet, dan Pochot, 2006). Rasio *nugget-sill* yang nilainya kecil mengindikasikan adanya autokorelasi spasial yang tinggi atau kontinuitas spasial pada jarak yang pendek. Menurut Cambardella, Moorman, Novak, Parkin, Turco, dan Konopka (1994) autokorelasi spasial pada rasio *nugget-sill* terbagi menjadi tiga, yaitu  $< 25\%$  tergolong kuat,  $25-75\%$  tergolong wajar atau sedang (*moderate*), dan  $> 75\%$  tergolong lemah.

Parameter *sill* pada konsentrasi  $SO_2$  berkisar antara 0,077-856,900 dan parameter *nugget* berkisar antara 0,100-471,398. Berdasarkan pengkategorian rasio *nugget-sill* terdapat tiga bulan pada konsentrasi  $SO_2$  yang termasuk dalam autokorelasi spasial lemah, yakni bulan Januari, Oktober, dan Desember, semuanya dalam bentuk model linier. Sembilan bulan lainnya masuk dalam kategori autokorelasi spasial kuat. Model linier dengan autokorelasi spasial lemah tersebut akan menghasilkan estimasi yang kurang akurat. Tabel 4.4 menyajikan empat model semivariogram isotropi teoritis beserta nilai parameter semivariogram dan nilai RSS yang dihasilkan tiap bulan untuk konsentrasi  $SO_2$ .

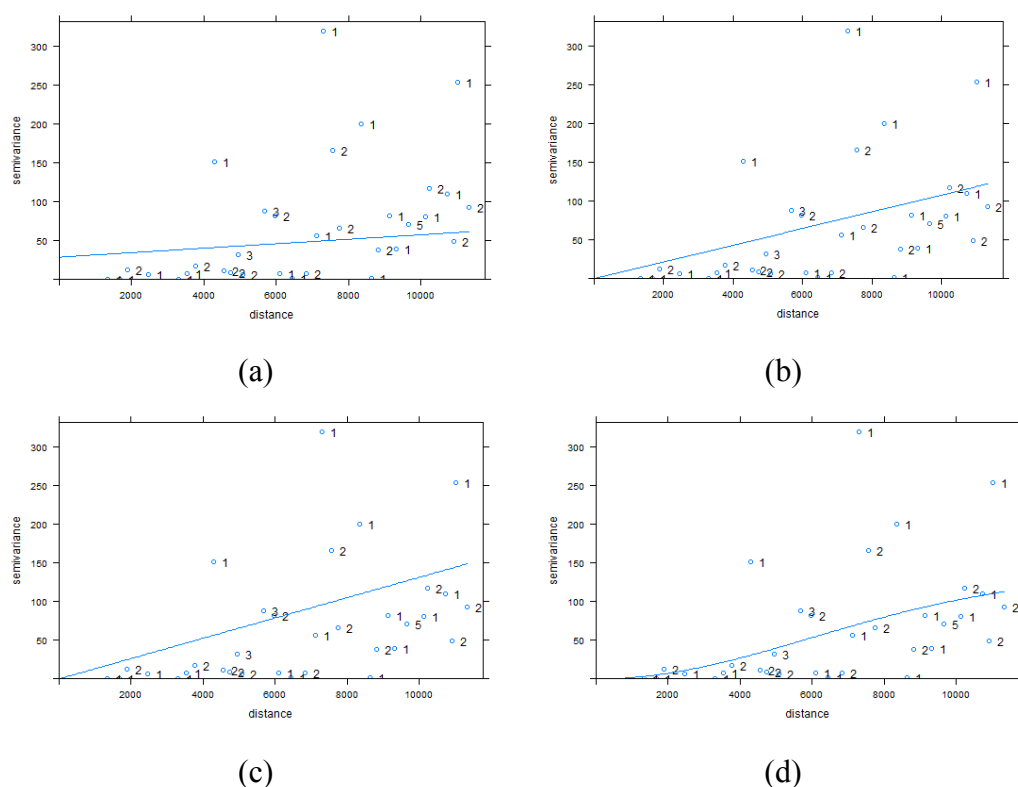
Model semivariogram teoritis isotropi terbaik merupakan model dengan nilai RSS terkecil. Tabel 4.4 memperlihatkan bahwa semivariogram teoritis isotropi terbaik tiap bulan ditandai oleh baris yang diarsir. Model spherical merupakan model semivariogram teoritis isotropi terbaik untuk  $SO_2$  pada bulan Januari, April, dan Agustus. Semivariogram teoritis isotropi terbaik untuk  $SO_2$  merupakan model eksponensial berada pada bulan Februari, Mei, Juli, November, dan Desember. Model gaussian merupakan semivariogram teoritis isotropi terbaik untuk  $SO_2$  pada bulan Maret, Juni, September, dan Oktober. Sedangkan model linier yang pada sebagian besar bulan mempunyai autokorelasi spasial lemah tidak menjadi model semivariogram teoritis isotropi terbaik pada bulan manapun.

Tabel 4.4 Nilai Parameter dan RSS Semivariogram Isotropi Teoritis SO<sub>2</sub>

Bulan	Tipe Semivariogram	Parameter				RSS
		<i>Nugget</i> (C <sub>0</sub> )	<i>Sill</i> (C <sub>0</sub> + C)	<i>Range</i> (A <sub>0</sub> )	(C <sub>0</sub> / (C <sub>0</sub> + C))%	
Januari	Linier	79,950	91,939	14.360,380	86,960	528,411
	Spherical	5,500	86,700	1.860,000	0,063	492,172
	Exponential	8,800	86,700	50,000	0,102	520,822
Februari	Gaussian	13,700	86,700	310,000	0,158	518,395
	Linier	55,537	350,526	14.360,380	0,158	2.553,833
	Spherical	52,000	505,600	31.100,000	0,103	3.971,089
Maret	Exponential	38,000	486,900	14.320,000	0,078	1.942,521
	Gaussian	108,000	526,900	15.100,000	0,205	3.136,079
	Linier	34,787	90,031	1.4360,38	0,386	1.084,323
April	Spherical	8,200	74,100	7.700,000	0,111	1.882,375
	Exponential	30,400	129,200	17.200,000	0,235	1.382,654
	Gaussian	46,100	159,300	19.820,000	0,289	885,935
Mei	Linier	29,080	70,416	1.4360,38	0,413	1.911,729
	Spherical	0,100	65,400	9.240,000	0,002	1.599,443
	Exponential	0,100	68,600	4.150,000	0,001	1.721,429
Juni	Gaussian	0,100	67,300	4.570,000	0,002	2.956,403
	Linier	73,377	658,896	1.4360,38	11,136	5.785,975
	Spherical	60,000	830,900	25.700,000	0,072	4.578,965
Juli	Exponential	23,000	856,900	12.200,000	0,027	2.847,021
	Gaussian	161,000	783,400	11.640,000	0,206	5.705,941
	Linier	471,398	471,397	1.4360,38	1,000	5.546,770
Agustus	Spherical	1,000	475,200	2.450,000	0,002	6.771,993
	Exponential	1,000	475,500	720,000	0,210	5.805,832
	Gaussian	1,000	475,200	1.170,000	0,002	3.274,804
September	Linier	277,683	283,815	1.4360,38	0,978	5.215,241
	Spherical	120,900	281,100	1.860,000	0,430	4.743,467
	Exponential	0,100	281,100	50,000	0,000	4.256,462
Oktober	Gaussian	0,100	281,100	310,000	0,000	8.519,407
	Linier	121,274	213,661	1.4360,38	0,568	4.719,075
	Spherical	18,000	199,200	8.330,000	0,090	4.105,514
November	Exponential	5,800	204,500	3.230,000	2,836	4.420,421
	Gaussian	61,900	201,400	4.590,000	0,307	4.106,597
	Linier	12,630	65,510	1.4360,380	0,193	405,526
Desember	Spherical	0,100	43,080	2.740,000	0,002	326,280
	Exponential	9,000	79,000	11.420,000	0,114	607,641
	Gaussian	17,100	67,690	9.320,000	0,253	311,000
Januari	Linier	67,069	81,495	1.4360,380	82,298	2.825,988
	Spherical	54,600	109,300	31.100,000	0,500	3.558,091
	Exponential	38,300	79,500	2.430,000	0,482	2.378,664
Februari	Gaussian	69,800	139,700	31.100,000	0,500	1.483,918
	Linier	1,100	304,200	1,570	0,004	2.301,024
	Spherical	0,100	257,100	31.100,000	0,000	2.571,247
Maret	Exponential	0,100	311,100	20.800,000	0,000	1.302,358
	Gaussian	30,500	261,900	14.670,000	0,117	2.198,278
	Linier	1,000	0,077	28.610,000	1.298,701	2.227,232
April	Spherical	1,000	530,000	31.100,000	0,002	1.296,127
	Exponential	1,000	712,900	24.830,000	0,001	1.175,811
	Gaussian	1,000	712,900	15.710,000	0,001	2.099,011

Keterangan : baris yang diarsir merupakan model semivariogram isotropis teoritis terbaik per bulan

Semivariogram teoritis isotropi untuk  $\text{SO}_2$  yang terbaik pada bulan September adalah model Gaussian dengan nilai RSS terkecil sebesar 311. Dimana pada model ini  $\text{SO}_2$  mencapai *sill* pada range 9.320, artinya gas  $\text{SO}_2$  tidak akan memiliki dependensi lagi pada saat jarak 9.320 meter atau lebih. Berdasarkan rasio *nugget-sill*, semivariogram teoritis isotropi pada bulan ini termasuk dalam autokorelasi spasial kuat yaitu sebesar 0,253 persen. Sedangkan semivariogram teoritis isotropi untuk  $\text{SO}_2$  yang mempunyai nilai RSS terbesar pada bulan september adalah model exponensial sebesar 607,6412. Interpretasi semivariogram teoritis isotropi untuk  $\text{SO}_2$  pada bulan lainnya mengikuti interpretasi yang dijelaskan pada bulan September. Gambar 4.6 menyajikan empat model semivariogram konsentrasi  $\text{SO}_2$  pada bulan April, sedangkan untuk bulan lainnya secara lengkap dapat dilihat pada Lampiran 9.



Gambar 4.6 Semivariogram  $\text{SO}_2$  bulan April : (a) Linier, (b) Spherical, (c) Exponensial, dan (d) Gaussian



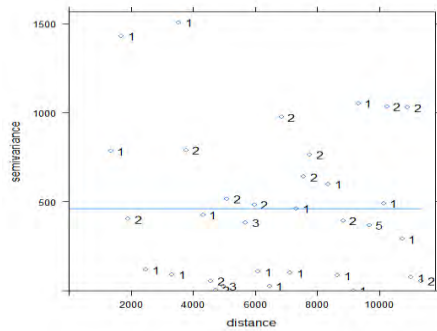
Tabel 4.5 Nilai Parameter dan RSS Semivariogram Isotropi Teoritis NO<sub>2</sub>

Bulan	Tipe Semivariogram	Parameter				RSS
		<i>Nugget</i> (C <sub>0</sub> )	<i>Sill</i> (C <sub>0</sub> +C)	<i>Range</i> (A <sub>0</sub> )	(C <sub>0</sub> / (C <sub>0</sub> + C)%	
Januari	Linier	802,425	802,425	14.360,308	100,000	3.687,013
	Spherical	215,000	802,000	1.860,000	0,268	1.629,274
	Exponential	142,000	802,000	40,000	0,177	2.166,037
	Gaussian	223,000	802,000	290,000	0,278	2.071,240
Februari	Linier	260,838	320,686	14.360,380	0,813	1.650,776
	Spherical	59,200	295,100	2.090,000	0,201	3.095,448
	Exponential	68,500	294,800	370,000	0,232	6.684,196
	Gaussian	82,900	295,200	940,000	0,281	2.082,629
Maret	Linier	10,000	1,083	19.960,000	9,234	11.330,130
	Spherical	10,000	10.130,000	29.350,000	0,001	1.397,130
	Exponential	10,000	10.130,000	15.780,000	0,001	3.410,000
	Gaussian	10,000	10.130,000	12.200,000	0,001	22.138,620
April	Linier	191,723	191,723	14.360,380	1,000	2.076,277
	Spherical	70,800	191,700	1.860,000	0,369	1.883,801
	Exponential	156,700	313,500	31.100,000	0,500	1.567,272
	Gaussian	177,800	355,700	31.100,000	0,500	1.350,022
Mei	Linier	136,692	136,692	14.360,380	100,000	2.234,811
	Spherical	2,200	136,700	1.860,000	0,016	2.416,185
	Exponential	0,100	136,700	40,000	0,001	2.091,777
	Gaussian	1,000	135,700	300,000	0,007	1.563,187
Juni	Linier	157,821	157,821	14.360,380	1,000	1.728,825
	Spherical	0,100	157,800	1.860,000	0,001	1.453,200
	Exponential	0,100	157,800	50,000	0,063	2.213,704
	Gaussian	0,100	157,800	300,000	0,001	1.829,433
Juli	Linier	494,842	494,842	14.360,380	1,000	3.793,932
	Spherical	219,000	494,800	1.860,000	0,443	1.377,138
	Exponential	221,200	494,800	50,000	0,447	1.678,049
	Gaussian	232,200	494,800	310,000	0,469	3.550,196
Agustus	Linier	721,583	721,583	14.360,380	1,000	2.261,140
	Spherical	306,000	713,000	1.860,000	0,429	4.690,106
	Exponential	239,000	713,000	50,000	33,520	2.823,056
	Gaussian	285,000	713,000	310,000	0,400	3.979,770
September	Linier	460,365	460,365	14.360,380	1,000	3.934,034
	Spherical	211,900	460,400	1.860,000	0,460	1.375,611
	Exponential	180,200	460,400	50,000	0,391	1.028,438
	Gaussian	212,500	460,400	310,000	0,462	1.170,764
Oktober	Linier	587,867	587,867	14.360,380	100,000	4.463,610
	Spherical	207,000	587,900	1.860,000	0,352	5.706,612
	Exponential	143,000	587,900	50,000	0,243	4.616,054
	Gaussian	189,000	587,900	310,000	0,321	4.305,556
November	Linier	366,050	366,050	14.360,380	1,000	2.880,810
	Spherical	155,000	366,000	1.860,000	0,423	3.739,389
	Exponential	155,000	366,000	50,000	0,423	2.716,038
	Gaussian	155,000	366,000	310,000	0,423	1.657,922
Desember	Linier	310,871	310,871	14.360,380	100,000	1.783,262
	Spherical	84,600	310,900	1.860,000	0,272	1.429,021
	Exponential	107,500	310,900	50,000	0,346	3.176,392
	Gaussian	125,000	310,900	300,000	0,402	2.875,384

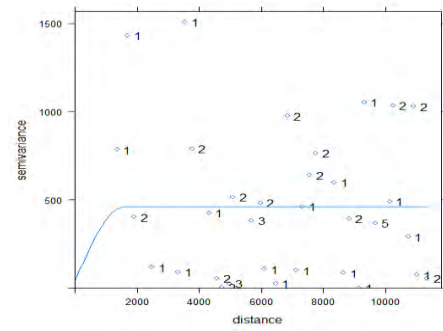
Keterangan : baris yang diarsir merupakan model semivariogram isotropis teoritis terbaik per bulan

Tabel 4.5 menyajikan empat model semivariogram isotropi teoritis beserta nilai parameter semivariogram dan nilai RSS yang dihasilkan tiap bulan untuk konsentrasi  $\text{NO}_2$ . Parameter *sill* pada konsentrasi  $\text{NO}_2$  berkisar antara 1,083-10.130,000 dan parameter *nugget* berkisar antara 0,100-802,425. Berdasarkan pengkategorian rasio *nugget-sill* terdapat empat bulan pada konsentrasi  $\text{NO}_2$  yang termasuk dalam autokorelasi spasial lemah, yakni bulan Januari, Mei, Oktober, dan Desember, semuanya dalam bentuk model linier. Rasio yang dihasilkan oleh keempat bulan tersebut adalah 100 persen karena nilai *sill* dan *nugget* nya sama. Model semivariogram ini akan menghasilkan estimasi yang tidak akurat. Satu bulan, yaitu bulan agustus dengan model semivariogram eksponensial mempunyai autokorelasi spasial sedang sebesar 33,520 persen. Tujuh bulan sisa nya masuk dalam kategori autokorelasi spasial kuat. Semivariogram teoritis isotropi dengan model spherical merupakan model semivariogram teoritis isotropi terbaik untuk  $\text{NO}_2$  pada bulan Januari, Maret, Juni, Juli, dan Desember. Semivariogram teoritis isotropi terbaik untuk  $\text{NO}_2$  dengan model eksponensial hanya ada pada bulan September. Model gaussian merupakan semivariogram teoritis isotropi terbaik untuk  $\text{NO}_2$  pada bulan April, Mei, Oktober, dan November. Semivariogram teoritis isotropi  $\text{NO}_2$  dengan model linier merupakan model semivariogram teoritis isotropi terbaik untuk  $\text{NO}_2$  pada bulan Februari dan Agustus.

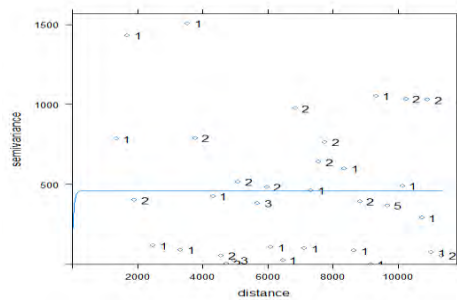
Model semivariogram teoritis isotropi terbaik merupakan model dengan nilai RSS terkecil. Semivariogram teoritis isotropi terbaik pada masing-masing bulan ditandai oleh baris yang diarsir (Tabel 4.5). Semivariogram teoritis isotropi untuk  $\text{NO}_2$  yang terbaik pada bulan September adalah model eksponensial yang mempunyai nilai RSS terkecil sebesar 1.028,438. Konsentrasi  $\text{NO}_2$  mempunyai *range* yang jauh lebih kecil dibandingkan dengan konsentrasi  $\text{SO}_2$ , mencapai 50 meter. Semivariogram teoritis isotropi pada bulan ini termasuk dalam autokorelasi spasial kuat yaitu sebesar 0,391 persen. Sedangkan model linier pada bulan September mempunyai nilai RSS terbesar yaitu 3.934,034. Interpretasi semivariogram teoritis isotropi untuk  $\text{NO}_2$  pada bulan lainnya mengikuti interpretasi yang dijelaskan pada bulan September. Gambar 4.7 menyajikan empat model semivariogram konsentrasi  $\text{NO}_2$  pada bulan September, sedangkan untuk bulan lainnya secara lengkap dapat dilihat pada Lampiran 9.



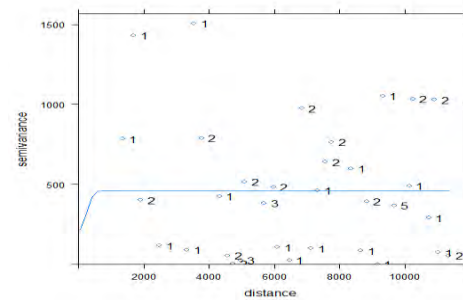
(a)



(b)



(c)



(d)

Gambar 4.7 Semivariogram NO<sub>2</sub> bulan September : (a) Linier, (b) Sphrerical, (c) Exponensial, dan (d) Gaussian

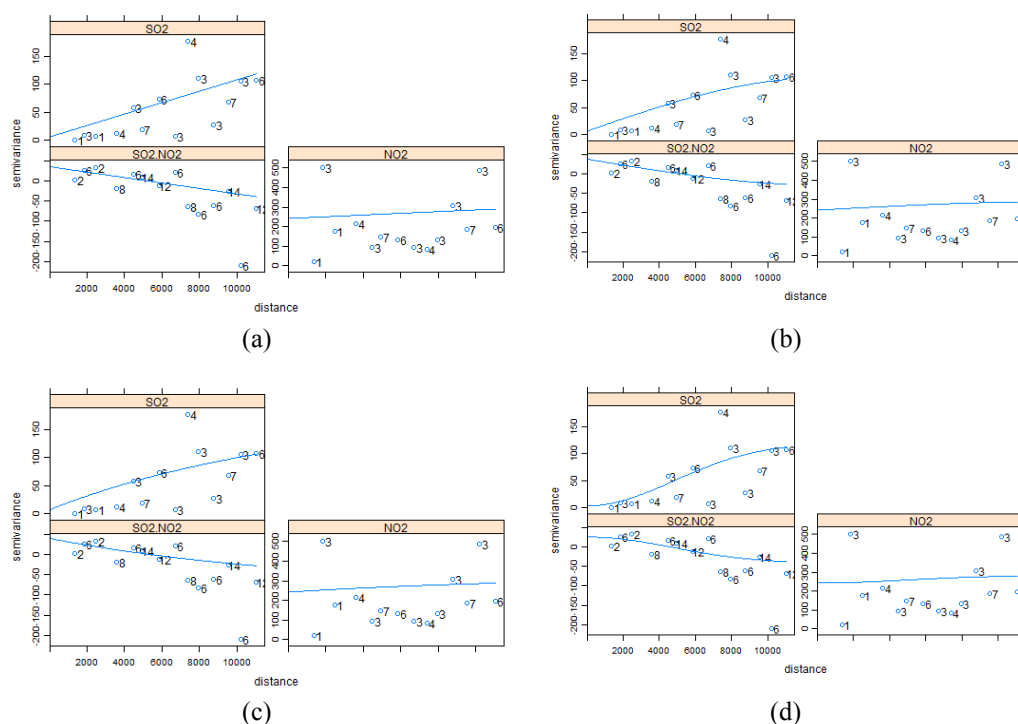
Berbeda dengan semivariogram, *cross variogram* dapat memiliki nilai-nilai parameter yang negatif. Hal ini terjadi ketika dua variabel terregional berkorelasi terbalik atau memiliki koefisien korelasi negatif (Saby, et.all, 2006). Nilai parameter dan RSS *cross variogram* isotropi teoritis yang dihasilkan tiap bulan antara konsentrasi SO<sub>2</sub> dan NO<sub>2</sub> tersaji pada Tabel 4.6. Parameter *sill* pada konsentrasi antara konsentrasi SO<sub>2</sub> dan NO<sub>2</sub> berkisar antara 0,018-1.267,490 dan parameter *nugget* berkisar antara 0,100-313,151. Berdasarkan pengkategorian rasio *nugget-sill* terdapat tiga bulan antara konsentrasi SO<sub>2</sub> dan NO<sub>2</sub> yang termasuk dalam autokorelasi spasial lemah, yakni bulan Januari, Oktober, dan Desember, semuanya dalam bentuk model linier. Sembilan bulan sisa nya masuk dalam kategori autokorelasi spasial kuat.

Tabel 4.6 Nilai Parameter dan RSS *Cross Variogram* Isotropi Teoritis

Bulan	Tipe Semivariogram	Parameter				RSS
		<i>Nugget</i> ( $C_0$ )	<i>Sill</i> ( $C_0 + C$ )	<i>Range</i> ( $A_0$ )	( $C_0 /$ ( $C_0 + C$ ))%	
Januari	Linier	208,947	208,947	14.360,380	100,000	1.894,254
	Spherical	79,500	208,900	1.860,000	0,381	636,073
	Exponential	170,800	341,700	31.100,000	0,500	1.562,677
	Gaussian	67,800	208,900	310,000	0,325	1.562,677
Februari	Linier	0,100	0,033	28.610,000	3,030	6.471,798
	Spherical	1,000	1.267,490	148.500,000	0,001	6.470,011
	Exponential	0,100	247,400	21.060,000	0,000	6.401,124
	Gaussian	0,100	149,100	9.650,000	0,001	6.936,447
Maret	Linier	1,000	0,101	23.060,000	9,901	576,064
	Spherical	1,000	946,300	31.100,000	0,001	586,168
	Exponential	1,000	1.012,900	18.890,000	0,001	613,011
	Gaussian	1,000	1.012,900	13.390,000	0,001	715,045
April	Linier	-0,100	-101,200	23.700,000	0,001	442,766
	Spherical	-0,100	-50,440	12.690,000	0,002	809,333
	Exponential	-0,100	-83,300	13.300,000	0,001	622,614
	Gaussian	-0,100	-56,030	6.770,000	0,002	972,624
Mei	Linier	-4,346	-217,742	14.360,380	1,996	8.912,531
	Spherical	-0,100	-130,000	4.020,000	0,001	8.956,737
	Exponential	-6,000	-322,900	16.300,000	0,019	9.544,294
	Gaussian	-43,000	-396,900	16.740,000	0,108	7.391,752
Juni	Linier	-67,478	-190,750	14.360,380	0,354	14.206,840
	Spherical	-0,100	-140,900	3.480,000	0,001	14.139,610
	Exponential	-16,600	-200,500	6.630,000	8,279	15.482,020
	Gaussian	-49,600	-180,500	6.610,000	0,275	13.610,940
Juli	Linier	-313,151	-313,151	14.360,380	1,000	3.982,807
	Spherical	-0,100	-313,200	1.860,000	0,000	4.950,811
	Exponential	-0,100	-313,200	50,000	0,000	8.386,002
	Gaussian	-0,100	-313,200	310,000	0,000	1.889,665
Agustus	Linier	230,173	-299,582	14.360,380	-0,768	1.298,269
	Spherical	-0,100	-276,100	3.300,000	0,000	1.460,611
	Exponential	-29,500	-297,500	2.520,000	9,916	1.968,876
	Gaussian	-0,100	-276,300	1.570,000	0,000	1.460,809
September	Linier	3,208	83,839	14.360,380	0,038	467,164
	Spherical	0,100	69,300	12.860,000	0,001	555,560
	Exponential	0,100	106,900	11.800,000	0,001	539,301
	Gaussian	0,100	73,700	6.540,000	0,001	510,590
Oktober	Linier	-122,816	-122,816	14.360,380	100,000	1.245,963
	Spherical	-0,100	-122,800	1.860,000	0,001	3.186,216
	Exponential	-0,100	-122,800	50,000	0,001	18.708,040
	Gaussian	-0,100	-122,800	310,000	0,001	18.203,980
November	Linier	-3,762	-147,432	14.360,380	0,026	1.794,464
	Spherical	-0,100	-177,100	23.660,000	0,001	1.840,942
	Exponential	-0,100	-201,100	13.680,000	0,000	1.921,989
	Gaussian	-20,100	-170,200	10.740,000	0,118	1.608,302
Desember	Linier	-0,100	-0,018	28.610,000	555,556	3.405,996
	Spherical	-0,100	-114,000	31.100,000	0,001	3.292,201
	Exponential	-0,100	-187,300	31.100,000	0,001	3.371,297
	Gaussian	-0,100	-201,100	17.150,000	0,000	2.911,967

Keterangan : baris yang diarsir merupakan model semivariogram isotropis teoritis terbaik per bulan

*Cross variogram* teoritis isotropi terbaik tiap bulan ditandai oleh baris yang diarsir. *Cross variogram* teoritis isotropi antara SO<sub>2</sub> dan NO<sub>2</sub> yang terbaik pada bulan April adalah model linier yang mempunyai nilai RSS terkecil sebesar 442.766. Pada *cross variogram* model linier ini menunjukkan dependensi antara SO<sub>2</sub> dan NO<sub>2</sub> ada sampai jarak 23.700 meter, di atas jarak 23.700 meter sudah tidak ada dependensi. Besarnya autokorelasi spasial pada model ini adalah sebesar 0,001 persen. Sedangkan model gaussian merupakan model dengan RSS terbesar pada bulan April yaitu sebesar 972.624. Interpretasi *cross variogram* teoritis isotropi antara SO<sub>2</sub> dan NO<sub>2</sub> pada bulan lainnya mengikuti interpretasi yang dijelaskan pada bulan April. Empat model *cross variogram* antara SO<sub>2</sub> dan NO<sub>2</sub> pada bulan April diperlihatkan pada Gambar 4.8, sedangkan untuk bulan lainnya secara lengkap dapat dilihat pada Lampiran 9.

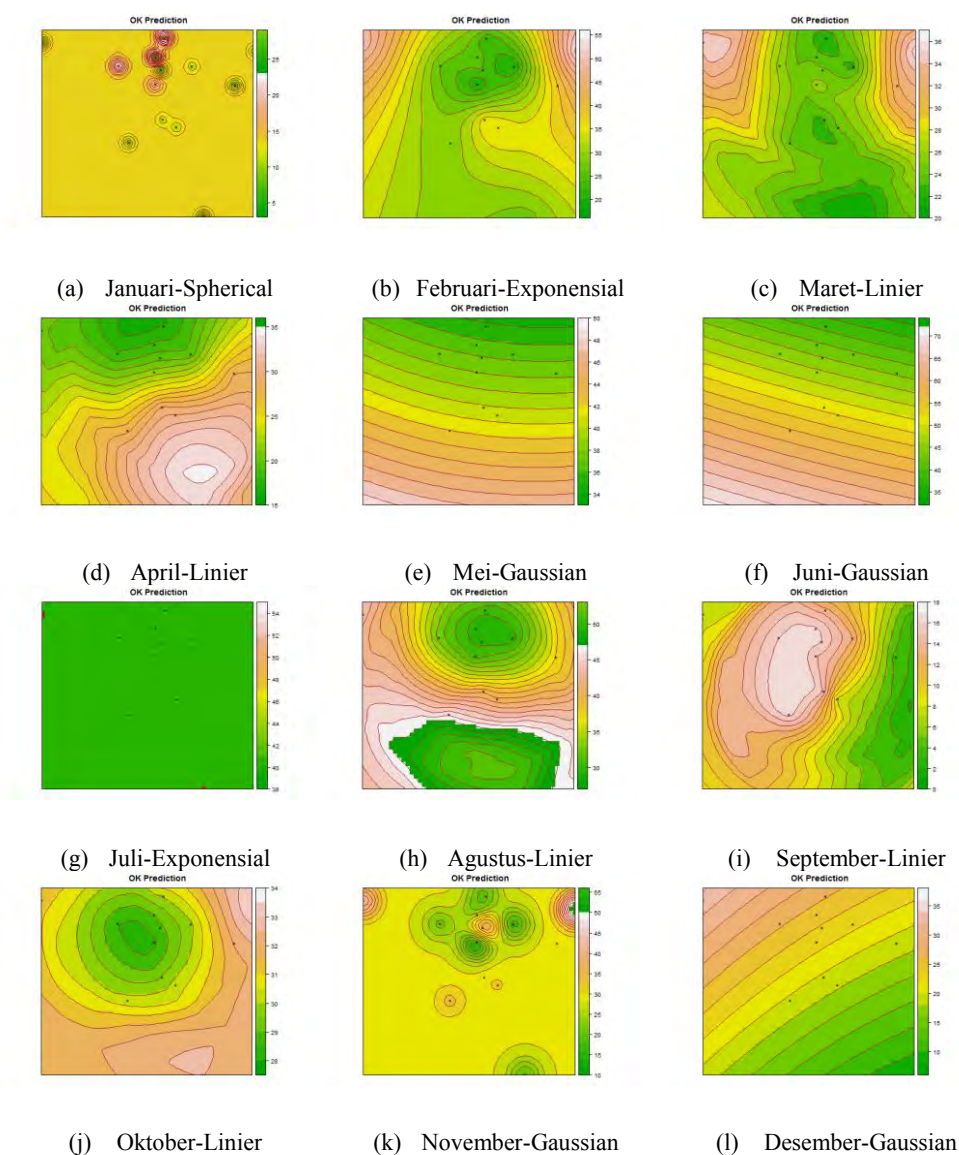


Gambar 4.8 *Cross Variogram* antara SO<sub>2</sub> dan NO<sub>2</sub> Bulan April : (a) Linier, (b) Spherical, (c) Exponensial, dan (d) Gaussian

#### 4.8 Klasifikasi Konsentrasi SO<sub>2</sub>.

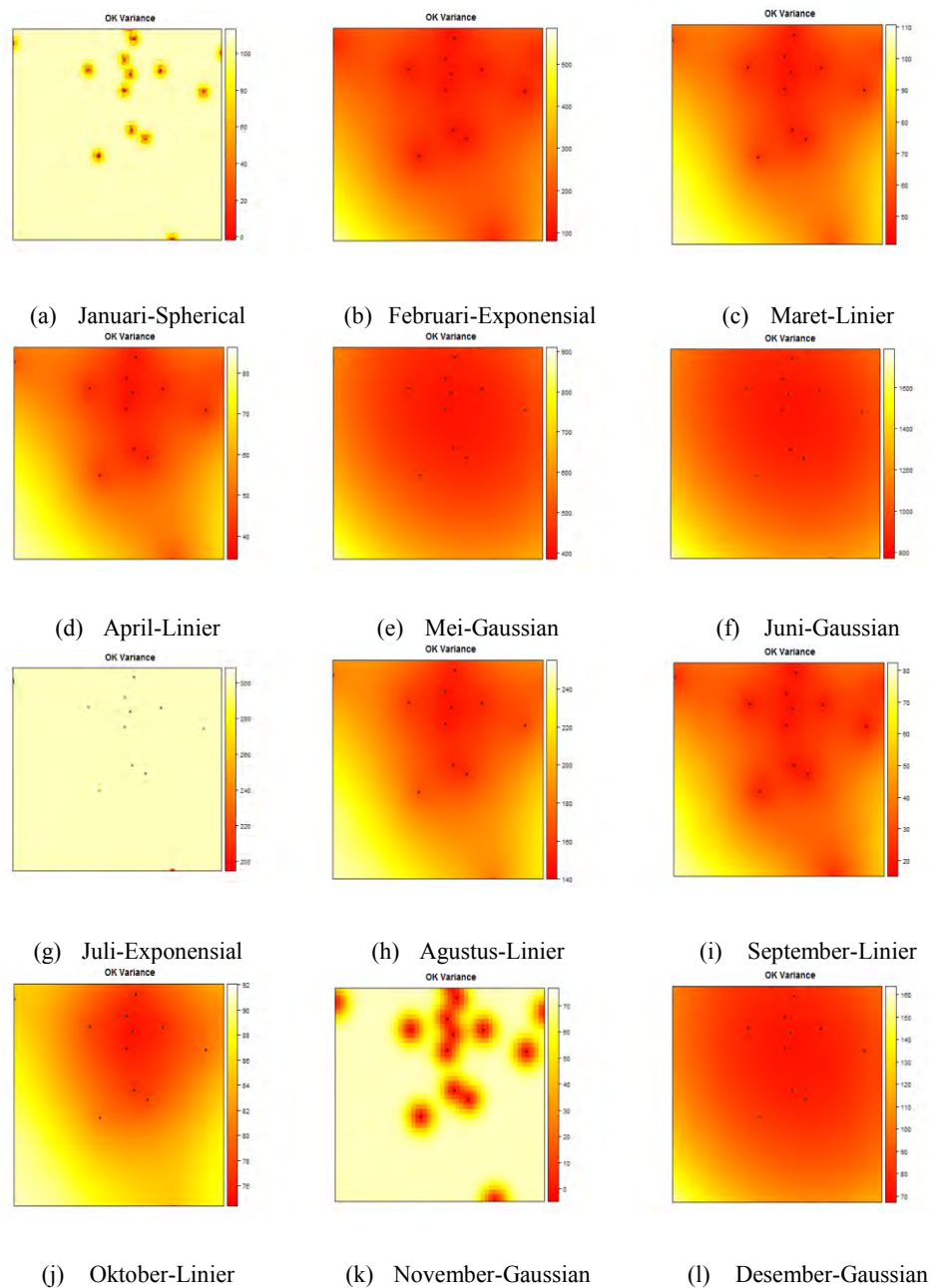
Klasifikasi konsentrasi SO<sub>2</sub> tidak hanya memberikan gambaran secara kuantitatif tetapi juga dapat menjadi suatu petunjuk ilmiah untuk melakukan

langkah preventif serta represif dalam menangani pencemaran konsentrasi  $\text{SO}_2$ . Klasifikasi ini dihasilkan dari interpolasi *ordinary* kriging  $\text{SO}_2$  yang tersaji dalam bentuk peta kontur. Gambar 4.9 memperlihatkan peta kontur klasifikasi estimasi konsentrasi  $\text{SO}_2$  dari model semivariogram isotropi terbaik per bulan.



Gambar 4.9 Peta Kontur Klasifikasi Estimasi Konsentrasi  $\text{SO}_2$  dengan Model Semivariogram Isotropi Terbaik per Bulan

Sedangkan Gambar 4.10 memperlihatkan peta kontur klasifikasi varians konsentrasi  $\text{SO}_2$  dari model semivariogram isotropi terbaik per bulan.



Gambar 4.10 Peta Kontur Varians Konsentrasi  $\text{SO}_2$  dengan Model Semivariogram Isotropi Terbaik per Bulan

Peta kontur konsentrasi  $\text{SO}_2$  merupakan hasil estimasi menggunakan *ordinary kriging* dengan empat model semivariogram disajikan secara lengkap pada Lampiran 10. Pada interpolasi *ordinary kriging* konsentrasi  $\text{SO}_2$  dikelompokkan dengan gradasi warna yang berbeda. Daerah yang ditandai dengan huruf *X* merupakan titik stasiun pengamatan udara ambien di DKI Jakarta.

Pada bulan Januari dengan model semivariogram isotropi spherical (Gambar 4.9 (a)), peta kontur dibagi menjadi 5 skala interval, yang terendah 0-5  $\mu\text{g}/\text{m}^3$  dan tertinggi > 25  $\mu\text{g}/\text{m}^3$ . Terdapat dua lokasi yang berada pada skala tertinggi yakni pada Ancol 2 (BMKG) dan Glodok yang digambarkan dengan warna hijau tua. Namun konsentrasi  $\text{SO}_2$  di daerah disekitarnya diestimasi berwarna merah muda, yaitu antara > 15  $\mu\text{g}/\text{m}^3$  sampai dengan 20-25  $\mu\text{g}/\text{m}^3$ . Lokasi dengan konsentrasi  $\text{SO}_2$  yang rendah adalah wilayah di sekitar Kalideres dan Ciracas yang digambarkan dengan warna hijau muda. Sedangkan peta kontur varians (Gambar 4.10 (a)) menunjukkan bahwa konsentrasi  $\text{SO}_2$  antara titik satu dengan titik lainnya tidak terlalu bervariasi atau hampir sama nilainya.

Model semivariogram isotropi eksponensial pada bulan Februari, peta kontur dibagi menjadi 8 skala interval, yang terendah 0-20  $\mu\text{g}/\text{m}^3$  dan tertinggi >55  $\mu\text{g}/\text{m}^3$  (Gambar 4.9 (b)). Terdapat 3 titik pengamatan yang mempunyai konsentrasi  $\text{SO}_2$  terendah yaitu Kemayoran, Monas, dan Ancol 2 (BMKG) dengan warna hijau tua. Semakin melebar konsentrasi  $\text{SO}_2$  semakin tinggi yang ditunjukkan pada gradasi warna yang berbeda. Berdasarkan Gambar 4.10 (b), konsentrasi  $\text{SO}_2$  pada bulan februari antara titik satu dengan titik lainnya cukup bervariasi. Daerah di luar titik-titik pengamatan variannya cenderung meningkat, hal ini ditunjukkan melalui gradasi warna.

Pada bulan Maret, semivariogram isotropi yang terbaik adalah model linier (Gambar 4.9 (c)). Skala pada peta kontour terbagi menjadi 9, dengan skala terendah 20  $\mu\text{g}/\text{m}^3$  dan tertinggi > 36  $\mu\text{g}/\text{m}^3$ . KBN Cakung berada pada skala konsentrasi  $\text{SO}_2$  tertinggi digambarkan dengan warna putih, sedangkan Ancol 1 (BPLHD), Ciracas, dan Kemayoran mempunyai skala konsentrasi  $\text{SO}_2$  terendah digambarkan dengan warna hijau tua. Sedangkan peta kontur varians (Gambar 4.10 (c)) menunjukkan bahwa konsentrasi  $\text{SO}_2$  antara titik satu dengan titik lainnya tidak terlalu bervariasi atau hampir sama nilainya.

Peta kontur pada bulan April hanya terbagi menjadi 5 skala interval. Skala terendah berada pada 15  $\mu\text{g}/\text{m}^3$  dan tertinggi berada pada > 35  $\mu\text{g}/\text{m}^3$ . Model semivariogram isotropi yang terbaik pada bulan ini adalah model linier (Gambar 4.9 (d)). Titik pengamatan yang berada pada bagian bawah peta merupakan



Kotamadya Jakarta Selatan, titik pengamatan pada daerah tersebut yaitu Kramat Pela, Ciracas, dan Kuningan mempunyai konsentrasi  $\text{SO}_2$  tertinggi. Hal ini digambarkan dengan warna merah mudah. Sementara titik pengamatan pada bagian atas peta merupakan Kotamadya Jakarta Utara dan Kotamadya Jakarta Pusat mempunyai konsentrasi  $\text{SO}_2$  terendah digambarkan dengan warna hijau tua. Sedangkan peta kontur varians (Gambar 4.9 (d)) menunjukkan bahwa konsentrasi  $\text{SO}_2$  antara titik satu dengan titik lainnya tidak terlalu bervariasi atau hampir sama nilainya.

Pada bulan Mei, semivariogram isotropi yang terbaik adalah model gaussian (Gambar 4.9 (e)). Skala pada peta kontur terbagi menjadi 9, dengan skala terendah  $0\text{-}34 \mu\text{g}/\text{m}^3$  dan tertinggi  $50 \mu\text{g}/\text{m}^3$ . Konsentrasi  $\text{SO}_2$  pada bulan Mei antara titik satu dengan titik lainnya sangat bervariasi yang menyebabkan peta kontur berlapis-lapis. Pada lapisan paling atas pada peta menunjukkan titik pengamatan dengan konsentrasi  $\text{SO}_2$  terendah dan semakin ke bawah konsentrasi  $\text{SO}_2$  semakin tinggi. Kalideres dan KBN Cakung berada dalam skala konsentrasi  $\text{SO}_2$  tertinggi. Kemayoran dan Monas berada dalam skala  $\text{SO}_2$  terendah. Berdasarkan Gambar 4.9 (e), peta kontur varians menunjukkan bahwa konsentrasi  $\text{SO}_2$  antara titik satu dengan titik lainnya sangat bervariasi nilainya, di mana titik-titik pengamatan mengumpul pada warna merah.

Model semivariogram isotropi gaussian pada bulan Juni, peta kontur dibagi menjadi 8 skala interval, yang terendah  $0\text{-}35 \mu\text{g}/\text{m}^3$  dan tertinggi  $> 70 \mu\text{g}/\text{m}^3$  (Gambar 4.9 (f)). Sama seperti pada model gaussian bulan Mei, pada model gaussian bulan Juni ini konsentrasi  $\text{SO}_2$  titik satu dengan titik lainnya sangat bervariasi yang menyebabkan peta kontur berlapis-lapis. Skala tertinggi konsentrasi  $\text{SO}_2$  terdapat di Kramat Pela dan Kalideres, sedangkan Kemayoran dan Monas mempunyai skala  $\text{SO}_2$  terendah pada bulan ini. Peta kontur varians (Gambar 4.10 (f)) menunjukkan bahwa konsentrasi  $\text{SO}_2$  antara titik satu dengan titik lainnya sangat bervariasi nilainya, di mana titik-titik pengamatan mengumpul pada warna merah.

Peta kontur pada bulan Juli terbagi menjadi 9 skala interval, yang terendah berada pada  $0\text{-}38 \mu\text{g}/\text{m}^3$  dan tertinggi berada pada  $> 54 \mu\text{g}/\text{m}^3$ . Semivariogram

isotropi yang terbaik pada bulan ini adalah model eksponensial (Gambar 4.9 (g)). Konsentrasi  $\text{SO}_2$  pada bulan Juli antara titik satu dengan titik lainnya tidak bervariasi. Hal ini ditunjukkan melalui peta kontur yang bersifat homogen dengan keseluruhan peta berwarna hijau tua. Hal yang sama ditunjukkan oleh peta kontur varians (Gambar 4.9 (g)) bahwa konsentrasi  $\text{SO}_2$  antara titik satu dengan titik lainnya tidak bervariasi nilainya, di mana keseluruhan peta berwarna putih.

Pada bulan Agustus, semivariogram isotropi yang terbaik adalah model linier. Skala pada peta kontur terbagi menjadi 5, dengan skala terendah 0-30  $\mu\text{g}/\text{m}^3$  dan tertinggi  $> 50 \mu\text{g}/\text{m}^3$  (Gambar 4.9 (h)). Peta kontur pada bulan ini membentuk dua bagian mata ikan, di mana titik-titik pengamatan berkumpul pada mata ikan di bagian atas yang membentuk gradasi warna berlapis. Semakin lebar mata ikan semakin tinggi konsentrasi  $\text{SO}_2$  pada titik tersebut. Glodok, Monas, dan Kemayoran yang mempunyai skala  $\text{SO}_2$  terendah pada bulan ini merupakan pusat dari mata ikan di bagian atas. Berdasarkan Gambar 4.10 (h), peta kontur varians menunjukkan bahwa konsentrasi  $\text{SO}_2$  antara titik satu dengan titik lainnya cukup bervariasi nilainya.

Model semivariogram isotropi linier pada bulan September, peta kontur dibagi menjadi 10 skala interval, yang terendah 0  $\mu\text{g}/\text{m}^3$  dan tertinggi 18  $\mu\text{g}/\text{m}^3$  (Gambar 4.9 (i)). Konsentrasi  $\text{SO}_2$  pada bulan September berlawanan dengan peta kontur pada bulan Agustus. Jika pada bulan Agustus Glodok, Monas, dan Kemayoran mempunyai konsentrasi  $\text{SO}_2$  terendah, bulan September ini berlaku sebaliknya. Peta kontur membentuk gradasi warna horisontal, di mana semakin melebar, konsentrasi  $\text{SO}_2$  semakin rendah. Sedangkan peta kontur varians (Gambar 4.10 (i)) menunjukkan bahwa konsentrasi  $\text{SO}_2$  antara titik satu dengan titik lainnya tidak bervariasi nilainya atau dapat dikatakan hampir sama.

Peta kontur pada bulan Oktober terbagi menjadi 7 skala interval, yang terendah berada pada 0-28  $\mu\text{g}/\text{m}^3$  dan tertinggi berada pada 34  $\mu\text{g}/\text{m}^3$ . Model linier merupakan model terbaik dari variogram teoritis yang dihasilkan (Gambar 4.9(j)). Peta kontur membentuk mata ikan di mana pada gradasi warna semakin melebar konsentrasi  $\text{SO}_2$  semakin tinggi. KBN Cakung dan Ancol 1 (BPLHD) masuk dalam skala konsentrasi  $\text{SO}_2$  tertinggi, sedangkan Monas dan Bandengan

mempunyai skala SO<sub>2</sub> terendah. Sedangkan peta kontur varians (Gambar 4.10 (j)) menunjukkan konsentrasi SO<sub>2</sub> pada bulan Oktober antara titik satu dengan titik lainnya cukup bervariasi.

Pada bulan November, semivariogram isotropi yang terbaik adalah model gaussian. Skala pada peta kontur terbagi menjadi 10, dengan skala terendah 10 µg/m<sup>3</sup> dan tertinggi 55 µg/m<sup>3</sup> (Gambar 4.9 (k)). Titik pengamatan Gambir yang terletak ditengah-tengah peta dengan warna merah muda, dikelilingi titik-titik pengamatan berwarna hijau tua yang mempunyai konsentrasi SO<sub>2</sub> yang lebih rendah. Konsentrasi SO<sub>2</sub> pada bulan Oktober antara titik satu dengan titik lainnya cukup bervariasi (Gambar 4.10 (k)). Di mana daerah sekitar titik-titik pengamatan mempunyai varian konsentrasi SO<sub>2</sub> yang lebih tinggi.

Peta kontur pada bulan Desember terbagi menjadi 6 skala interval, yang terendah berada pada 0-10 µg/m<sup>3</sup> dan tertinggi berada pada > 35 µg/m<sup>3</sup>. Model gaussian merupakan model terbaik dari semivariogram teoritis yang dihasilkan pada bulan ini (Gambar 4.9 (l)). Konsentrasi SO<sub>2</sub> antara titik satu dengan titik lainnya sangat bervariasi yang menyebabkan peta kontur berlapis-lapis. Pada lapisan paling atas pada peta menunjukkan titik pengamatan dengan konsentrasi SO<sub>2</sub> tertinggi dan semakin ke bawah konsentrasi SO<sub>2</sub> semakin rendah. Kalideres yang berada pada bagian atas kiri peta berada dalam skala konsentrasi SO<sub>2</sub> tertinggi, sedangkan Ciracas yang terletak pada bagian bawah peta mempunyai skala SO<sub>2</sub> terendah. Konsentrasi SO<sub>2</sub> pada bulan Desember antara titik satu dengan titik lainnya cukup bervariasi (Gambar 4.10 (l)).

Secara keseluruhan dari empat belas titik pengamatan tidak bisa diprediksi dengan pasti lokasi mana yang memiliki konsentrasi SO<sub>2</sub> tertinggi pada setiap bulan yang berbeda. Namun dari dua belas bulan pengamatan, Kalideres yang merupakan daerah pemukiman dan pusat transportasi di mana di daerah tersebut terdapat terminal, bus Transjakarta koridor 3, dan stasiun serta KBN Cakung yang merupakan lokasi kegiatan industri pengolahan, pergudangan serta perkantoran merupakan lokasi yang paling banyak masuk dalam klasifikasi skala konsentrasi SO<sub>2</sub> tertinggi. Kalideres selama 5 bulan (41,67 persen) dan KBN Cakung selama 4 bulan (33,33 persen) dari 12 bulan pengamatan selama tahun 2012 mempunyai

konsentrasi SO<sub>2</sub> tertinggi. Sehingga dapat disimpulkan bahwa arus lalu lintas yang cukup padat di Kalideres dan kegiatan industri yang dilakukan di KBN Cakung menyebabkan peningkatan konsentrasi SO<sub>2</sub> cukup tinggi.

#### **4.9 Cross Validation.**

*Cross validation* bertujuan membantu membuat keputusan tentang model mana yang memberikan estimasi paling akurat. Model yang memberikan estimasi yang akurat jika nilai ME mendekati 0, sehingga estimasi yang dihasilkan tidak bias. Sedangkan berdasarkan nilai MSPE, model yang akurat adalah model yang memiliki nilai MSPE mendekati 0. Menurut Robinson dan Metternich (2006), nilai ME lemah jika diterapkan pada metode kriging dan cokriging karena tidak sensitif terhadap ketidaksesuaian semivariogram (*fitting semivariogram*). Nilai ME juga bergantung pada ukuran data, dan akan dibakukan dengan membagi nilai tersebut dengan varians kriging yang menghasilkan nilai MSPE. Berdasarkan hal tersebut, nilai MSPE dianggap lebih kuat dibandingkan dengan nilai ME. Model semivariogram yang akurat memiliki nilai RMSP sekecil mungkin sehingga estimasi yang dihasilkan mendekati nilai aktual (Johnston et al, 2001; Webster dan Oliver, 2001). Jika  $RMSP > 1$ , maka validitas estimasi diragukan (*underestimated*). Jika  $RMSP < 1$ , maka validitas estimasi lebih dipercaya (*overestimated*).

##### **4.9.1. Data Tanpa Transformasi.**

Pada Tabel 4.7 tersaji hasil *cross validation* dari *cross variogram* teoritis isotropi antara konsentrasi SO<sub>2</sub> dan NO<sub>2</sub> tanpa adanya transformasi. Kisaran nilai ME pada model *cross variogram* adalah -1,123 sampai dengan 13,571 yang mengindikasikan bahwa metode cokriging yang digunakan menghasilkan estimasi yang bias, karena nilai ME yang tinggi. Pada penelitian ini semua model menghasilkan nilai  $RMSP > 1$ , yang artinya validitas estimasi diragukan (*underestimated*).

Tabel 4.7 Nilai *Cross Validation* pada Data Tanpa Transformasi

Bulan	Model <i>Cross Variogram</i>	ME	MSPE	RMSP	Korelasi antara aktual dan estimasi
Januari	Linier	-6,911	135,304	11,632	0,271
	Spherical	-2,063	45,434	6,740	0,685
	Exponential	-6,346	111,620	10,565	0,389
	Gaussian	-6,346	111,620	10,565	0,389
Februari	Linier	10,633	462,271	21,500	-0,231
	Spherical	10,633	462,144	21,498	-0,231
	Exponential	10,465	457,223	21,383	-0,267
	Gaussian	10,703	495,461	22,259	-0,323
Maret	Linier	-1,123	41,147	6,415	0,720
	Spherical	-1,159	41,869	6,471	0,717
	Exponential	-1,260	43,786	6,617	0,717
	Gaussian	-1,126	51,075	7,147	0,619
April	Linier	1,586	31,626	5,624	0,801
	Spherical	2,278	57,810	7,603	0,496
	Exponential	2,245	44,472	6,669	0,716
	Gaussian	2,037	69,473	8,335	0,322
Mei	Linier	10,630	636,609	25,231	-0,228
	Spherical	8,663	639,767	25,294	-0,350
	Exponential	10,733	681,735	26,110	-0,336
	Gaussian	9,108	527,982	22,978	0,048
Juni	Linier	12,673	1.014,774	31,856	-0,588
	Spherical	12,524	1.009,972	31,780	-0,681
	Exponential	13,571	1.105,858	33,254	-0,610
	Gaussian	12,334	972,210	31,180	-0,564
Juli	Linier	8,666	284,486	16,867	0,468
	Spherical	7,071	353,629	18,805	-0,125
	Exponential	18,457	5.990,001	77,395	0,371
	Gaussian	-5,463	134,976	11,618	0,830
Agustus	Linier	2,374	92,733	9,630	0,764
	Spherical	2,541	104,329	10,214	0,717
	Exponential	4,536	140,634	11,859	0,636
	Gaussian	2,542	104,344	10,215	0,714
September	Linier	-1,702	33,369	5,777	0,599
	Spherical	-1,839	39,683	6,299	0,464
	Exponential	-1,869	38,521	6,207	0,520
	Gaussian	-1,604	36,471	6,039	0,506
Oktober	Linier	3,891	88,997	9,434	0,149
	Spherical	5,827	227,587	15,086	-0,648
	Exponential	-13,180	1.336,289	36,555	0,600
	Gaussian	12,405	1.300,284	36,059	0,597
November	Linier	4,488	128,176	11,321	-0,105
	Spherical	4,503	131,496	11,467	-0,159
	Exponential	4,655	137,285	11,717	-0,205
	Gaussian	3,829	114,879	10,718	0,045
Desember	Linier	5,801	243,285	15,598	0,262
	Spherical	5,471	235,157	15,335	0,289
	Exponential	5,537	240,807	15,518	0,259
	Gaussian	5,836	207,998	14,422	0,470

Keterangan : baris yang diarsir merupakan model *cross variogram* isotropis teoritis terbaik per bulan

Model *cross variogram* teoritis dengan nilai ME, MSPE, dan RMSP paling kecil pada masing-masing bulan ditandai oleh baris yang diarsir. Model tersebut merupakan model *cross variogram* isotropis teoritis terbaik pada bulan tersebut.

Korelasi antara nilai aktual dan nilai estimasi mendekati 1 jika berkorelasi kuat dan mendekati 0 jika korelasinya lemah. Model gaussian pada bulan Juli mempunyai korelasi antara nilai aktual dan nilai estimasi paling besar dari keseluruhan model dalam satu tahun yaitu sebesar 0,830. Sedangkan model yang menghasilkan korelasi antara nilai aktual dan nilai estimasi paling kecil adalah model gaussian pada bulan November sebesar 0,045. Model yang mempunyai korelasi antara nilai aktual dan nilai estimasi bernilai negatif berarti bahwa hasil antara nilai aktual dengan nilai estimasi akan bertolak belakang atau hubungan tersebut bersifat negatif. Di mana jika nilai aktual naik, maka nilai estimasi akan turun.

#### **4.9.2. Data dengan Transformasi Logaritma Natural.**

Pada Tabel 4.8 tersaji hasil *cross validation* dari *cross variogram* teoritis isotropi antara konsentrasi SO<sub>2</sub> dan NO<sub>2</sub> yang sudah ditransformasi dengan logaritma natural. Kisaran nilai ME pada model *cross variogram* adalah -0,28215 sampai dengan 0,17107 yang mengindikasikan bahwa metode cokriging yang digunakan menghasilkan estimasi yang *unbiased*, karena nilai ME yang rendah. Pada penelitian ini semua model menghasilkan nilai RMSP < 1, yang artinya validitas estimasi lebih dipercaya (*overestimated*). Model *cross variogram* teoritis dengan nilai ME, MSPE, dan RMSP paling kecil pada masing-masing bulan ditandai oleh baris yang diarsir. Korelasi antara nilai aktual dan nilai estimasi model linier pada bulan April paling kuat dari keseluruhan model dalam satu tahun yaitu sebesar 0,794. Sedangkan model yang menghasilkan korelasi antara nilai aktual dan nilai estimasi paling kecil adalah model gaussian pada bulan Mei sebesar 0,189. Model tersebut merupakan model *cross variogram* isotropis teoritis terbaik pada bulan tersebut.

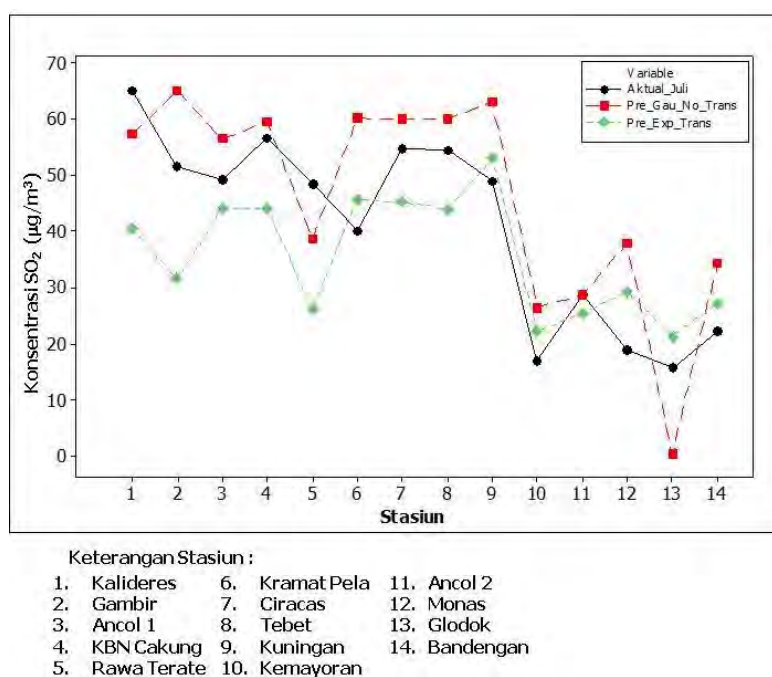
Tabel 4.8 Nilai *Cross Validation* pada Data Transformasi Logaritma Natural

Bulan	Model <i>Cross Variogram</i>	ME	MSPE	RMSP	Korelasi antara aktual dan estimasi
Januari	Linier	-0,17015	0,10824	0,32900	0,16737
	Spherical	-0,16268	0,16170	0,40211	-0,75382
	Exponential	-0,16064	0,09534	0,30877	0,28807
	Gaussian	-0,16064	0,09534	0,30877	0,28807
Februari	Linier	0,17107	0,12894	0,35908	-0,19918
	Spherical	0,16943	0,12826	0,35814	-0,22774
	Exponential	0,16977	0,12785	0,35756	-0,20647
	Gaussian	0,16839	0,13296	0,36464	-0,30056
Maret	Linier	-0,00151	0,01828	0,13520	0,47826
	Spherical	-0,00860	0,01825	0,13508	0,47657
	Exponential	-0,00686	0,01850	0,13601	0,46510
	Gaussian	0,00296	0,01707	0,13065	0,53322
April	Linier	0,02560	0,01134	0,10650	0,79358
	Spherical	0,04076	0,01914	0,13835	0,52372
	Exponential	0,04207	0,01595	0,12631	0,69980
	Gaussian	0,05126	0,02794	0,16715	0,22051
Mei	Linier	0,16288	0,11901	0,34498	-0,07830
	Spherical	0,16741	0,12393	0,35204	-0,10987
	Exponential	0,16572	0,12228	0,34968	-0,08771
	Gaussian	0,12017	0,08961	0,29935	0,18956
Juni	Linier	0,11025	0,09855	0,31393	-0,17903
	Spherical	0,12678	0,11825	0,34387	-0,36051
	Exponential	0,13867	0,13371	0,36567	-0,47066
	Gaussian	0,11168	0,10045	0,31693	-0,19496
Juli	Linier	0,04741	0,02055	0,14336	0,76558
	Spherical	0,05116	0,02888	0,16993	0,68107
	Exponential	0,03214	0,01955	0,13982	0,77989
	Gaussian	0,04951	0,02815	0,16777	0,68733
Agustus	Linier	-0,02341	0,01821	0,13493	0,72949
	Spherical	0,01140	0,01641	0,12811	0,71671
	Exponential	0,02665	0,01727	0,13141	0,70607
	Gaussian	0,00499	0,01636	0,12789	0,71889
September	Linier	-0,17270	0,19682	0,44365	0,41244
	Spherical	-0,18456	0,20022	0,44746	0,47079
	Exponential	-0,18062	0,20371	0,45134	0,40228
	Gaussian	-0,17979	0,18930	0,43508	0,55529
Oktober	Linier	0,03968	0,01456	0,12067	0,37824
	Spherical	0,07805	0,04157	0,20388	-0,65384
	Exponential	0,03636	0,01407	0,11862	0,39732
	Gaussian	0,07813	0,04153	0,20379	-0,65105
November	Linier	0,04349	0,02072	0,14395	0,26844
	Spherical	0,04656	0,02167	0,14722	0,20637
	Exponential	0,04429	0,02199	0,14830	0,15409
	Gaussian	0,04131	0,02040	0,14281	0,28088
Desember	Linier	-0,28215	0,25868	0,50860	-0,04822
	Spherical	0,11716	0,09769	0,31255	0,16144
	Exponential	0,11550	0,09651	0,31066	0,16512
	Gaussian	0,13409	0,11106	0,33326	0,12001

Keterangan : baris yang diarsir merupakan model *cross variogram* isotropis teoritis terbaik per bulan

#### 4.9.3 Perbandingan Nilai Aktual dan Nilai Estimasi antara Data tanpa Transformasi dan Data dengan Transformasi Logaritma Natural.

Nilai estimasi pada bulan Juli yang dihasilkan oleh model gaussian tanpa transformasi lebih mendekati data aktual dari pada nilai estimasi yang dihasilkan model eksponensial dengan transformasi logaritma natural. Dimana masing-masing model tersebut merupakan model terbaik di bulan Juli dari data tanpa transformasi dengan data dengan transformasi (Gambar 4.11). *Scatterplot* yang membandingkan data aktual dengan nilai estimasi dari data tanpa transformasi dan data transformasi tiap bulan secara lengkap tersaji pada Lampiran 12.

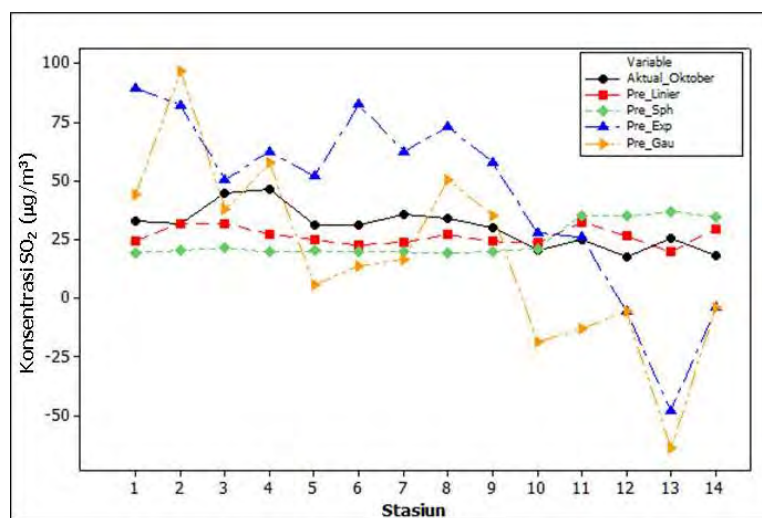


Gambar 4.11 *Scatterplot* Nilai Aktual pada Data Tanpa Transformasi dan Data Transformasi Logaritma Natural dengan Estimasi Model Terbaik pada Bulan Juli

*Scatterplot* antara nilai aktual dengan nilai estimasi yang dihasilkan oleh empat model *cross variogram* pada bulan Oktober tanpa adanya transformasi memperlihatkan bahwa nilai estimasi *cross variogram* model linier lebih mendekati data aktual dibandingkan dengan tiga model lainnya (Gambar 4.12). *Scatterplot* yang membandingkan nilai estimasi empat model *cross variogram* dari data tanpa transformasi dengan data aktual tiap bulan secara lengkap tersaji pada Lampiran 13. Gambar 4.12 juga memperlihatkan bahwa titik stasiun



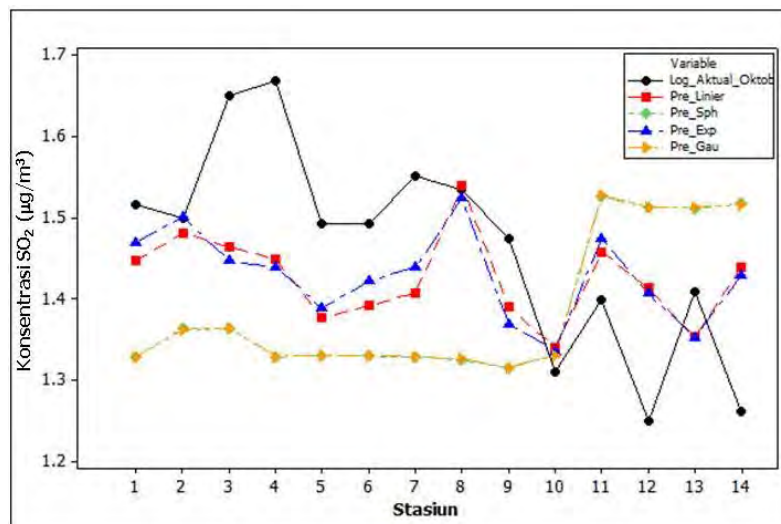
pemantauan yang memiliki nilai estimasi paling mendekati nilai aktual pada bulan Oktober dari data tanpa transformasi adalah stasiun pemantauan Gambir (2) dan Kemayoran (10) di Jakarta Pusat, Kuningan (9) di Jakarta Selatan, serta Glodok (13) di Jakarta Barat. Sedangkan titik stasiun pemantauan yang memiliki nilai estimasi paling jauh dibandingkan dengan nilai aktual adalah stasiun pemantauan KBN Cakung (4) dan Ancol 1 (3) di Jakarta Utara, Ciracas (7) di Jakarta Timur, dan Bandengan di Jakarta Barat.



Gambar 4.12 *Scatterplot* Nilai Aktual Tanpa Transformasi dengan Estimasi Model *Cross Variogram* pada Bulan Oktober

*Scatterplot* antara nilai aktual dengan nilai estimasi yang dihasilkan oleh empat model *cross variogram* pada bulan Oktober dengan data yang ditransformasi menggunakan logaritma natural memperlihatkan bahwa nilai estimasi *cross variogram* model eksponensial lebih mendekati data aktual dibandingkan dengan tiga model lainnya (Gambar 4.13). *Scatterplot* yang membandingkan nilai estimasi empat model *cross variogram* dari data yang ditransformasi menggunakan logaritma natural dengan data aktual tiap bulan secara lengkap tersaji pada Lampiran 14. Gambar 4.13 juga memperlihatkan bahwa titik stasiun pemantauan yang nilai estimasinya paling mendekati nilai aktual pada bulan Oktober dengan transformasi logaritma natural adalah stasiun pemantauan Gambir (2) dan Kemayoran (10) di Jakarta Pusat, Tebet (8) di Jakarta Selatan, dan Kalideres di Jakarta Barat. Sedangkan titik stasiun pengamatan yang

nilai estimasinya paling jauh dari nilai aktual adalah stasiun pemantauan KBN Cakung (4) dan Ancol 1 (3) di Jakarta Utara, Bandengan (14) di Jakarta Barat, dan Monas (12) di Jakarta Pusat.



Gambar 4.13 *Scatterplot* Nilai Aktual dengan Transformasi Logaritma Natural dengan Estimasi Model *Cross Variogram* pada Bulan Oktober

#### 4.10 Interpretasi Hasil Interpolasi Cokriging.

Empat belas titik lokasi stasiun pemantauan udara ambien BPLHD dan BMKG yang digunakan dalam penelitian ini terbagi menjadi empat lokasi peruntukan. Lokasi peruntukan ini didasarkan pada tata guna lahan yang diwakili oleh daerah pemukiman, perkantoran, rekreasi, industri, dan campuran. Berikut adalah pembagian titik lokasi stasiun pemantauan udara ambien berdasarkan lokasi peruntukannya :

##### a) Pemukiman

Titik pengamatan yang mewakili lokasi pemukiman adalah Kalideres, Kramat Pela, Ciracas, Tebet Barat, dan Kemayoran. Sumber konsentrasi  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  pada lokasi tersebut adalah sektor transportasi yang berasal dari kendaraan bermotor dan sektor rumah tangga yang berasal dari pembakaran sampah rumah tangga, serta penggunaan minyak tanah.

b) Perkantoran

Titik pengamatan yang mewakili lokasi perkantoran adalah Gambir, Kuningan, dan Monas. Sumber konsentrasi  $\text{SO}_2$  dan pada lokasi tersebut adalah sektor transportasi dimana adanya kecenderungan penggunaan kendaraan pribadi yang lebih tinggi dibandingkan dengan kendaraan umum, dan adanya kemacetan di lokasi tersebut karena arus lalu lintas yang padat.

c) Rekreasi

Titik pengamatan yang mewakili lokasi rekreasi adalah Ancol 1 (BPLHD) dan Ancol 2 (BMKG). Sumber konsentrasi  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  pada lokasi ini adalah sektor transportasi karena letaknya berada di dekat lokasi wisata, di mana pada hari-hari libur sekolah maupun kerja arus transportasi akan meningkat. Terdapat juga sumber  $\text{SO}_2$  yang berasal dari aktivitas alam, yaitu proses pembentukan protein oleh mikro organisme laut melalui proses asimilasi di Pantai Ancol.

d) Industri

Titik pengamatan yang mewakili lokasi industri adalah PT. JIEP di Rawa Terate. Sumber konsentrasi  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  pada lokasi ini adalah sektor transportasi dan industri.

e) Campuran

Titik pengamatan yang mewakili lokasi campuran adalah KBN Cakung, Glodok, dan Bandengan. Pada lokasi ini terdapat pemukiman, perdagangan, perkantoran, dan industri. Sumber konsentrasi  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  pada lokasi ini adalah percampuran antara sektor transportasi, sektor rumah tangga, dan sektor industri.

Berdasarkan pembagian wilayah kotamadya di DKI Jakarta, empat belas titik lokasi stasiun pemantauan udara ambien BPLHD dan BMKG tersebar di lima wilayah kotamadya, yaitu :

- 1). KBN Cakung, Ancol 1 (BPLHD), dan Ancol 2 (BMKG) di Kotamadya Jakarta Utara.
- 2). Kramat Pela, Tebet Barat, dan Kuningan di Kotamadya Jakarta Selatan.
- 3). Kalideres, Glodok, dan Bandengan (Delta) di Kotamadya Jakarta Barat.
- 4). Rawa Terate dan Ciracas di Kotamadya Jakarta Timur.
- 5). Gambir, Kemayoran, dan Monas di Kotamadya Jakarta Pusat.

Pengaruh alam yang dapat mempengaruhi penyebaran konsentrasi  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  antara lain adalah arah angin, keadaan topografi, dan iklim. Pergerakan arah angin berdasarkan *windrose*, baik untuk periode Oktober 2011-Maret 2012 maupun Oktober 2012-Maret 2013 menunjukkan bahwa *prevailing wind* terjadi pada arah barat dengan kecepatan angin dalam interval rendah yaitu antara 4-6 knot. Keadaan topografi DKI Jakarta yang datar dan landai, mengakibatkan konsentrasi  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  yang terbawa oleh arah angin tidak ada penghalang, sehingga tidak akan berbelok dan bergerak mengikuti arah angin ke arah barat. Hal ini menyebabkan titik pengamatan yang berada di arah barat akan mempunyai kecenderungan konsentrasi  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  lebih tinggi dibandingkan dengan lokasi pengamatan yang terletak pada arah lainnya.

Kecepatan angin yang tergolong rendah mungkin tidak akan memberikan pengaruh yang signifikan terhadap penyebaran konsentrasi  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$ . Jika kecepatan angin dianggap memberikan pengaruh yang signifikan maka tingginya konsentrasi  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  pada lokasi pengamatan arah barat dipengaruhi kecepatan arah angin. Namun hal ini juga harus mempertimbangkan peruntukan lokasi tersebut. Lokasi titik pengamatan yang berada di arah barat adalah lokasi pengamatan pada Kotamadya Jakarta Barat, yaitu Kalideres, Glodok, dan Bandengan. Kalideres sebagai lokasi pemukiman yang terletak paling barat diantara Glodok dan Bandengan mempunyai konsentrasi  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  yang paling tinggi. Konsentrasi  $\text{SO}_2$  di Kalideres pada bulan Februari, Mei, Juni, Juli, dan Desember berada di atas  $50 \mu\text{g}/\text{m}^3$  serta konsentrasi  $\text{NO}_2$  pada bulan Maret mencapai  $167,8 \mu\text{g}/\text{m}^3$ . Konsentrasi  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  terendah di Kalideres terjadi pada bulan Januari dan September.

Iklim atau cuaca dapat memberikan pengaruh terhadap konsentrasi  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  di DKI Jakarta. Bulan April-September merupakan musim kemarau dan Oktober-Maret merupakan musim hujan. Pada bulan-bulan yang termasuk dalam musim hujan yang berada di antara Oktober-Maret secara umum pada empat belas lokasi pengamatan memiliki konsentrasi  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  tidak terlalu tinggi. Hal ini terjadi pada bulan Januari, Maret, September, Oktober, dan Desember. Bulan

September yang merupakan peralihan antara musim kemarau dan hujan memiliki konsentrasi  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  paling rendah dibandingkan bulan lainnya.

Meskipun arah angin mempengaruhi pergerakan konsentrasi  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$ , namun karena kecepatan angin di DKI Jakarta dalam periode penelitian berada dalam interval rendah maka dalam penelitian ini menggunakan semivariogram isotropi. Semivariogram isotropi hanya bergantung pada jarak lokasi pengamatan dan tidak pada arah angin. Semivariogram teoritis isotropi terbaik tiap bulan dengan nilai RSS terkecil untuk  $\text{SO}_2$  paling banyak berbentuk model eksponensial, yaitu pada bulan Februari, Mei, Juli, November, dan Desember. Sedangkan model linier yang pada sebagian besar bulan mempunyai autokorelasi spasial lemah tidak menjadi model semivariogram teoritis isotropi terbaik pada bulan manapun. Sedangkan untuk  $\text{NO}_2$ , model spherical merupakan model semivariogram teoritis isotropi terbaik pada bulan Januari, Maret, Juni, Juli, dan Desember. Berbeda dengan semivariogram teoritis isotropi untuk  $\text{SO}_2$ , model eksponensial pada  $\text{NO}_2$  hanya ada pada bulan September. Untuk *cross variogram* teoritis isotropi antara  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  model terbaik tiap bulan paling banyak berbentuk linier yaitu pada bulan Maret, April, Agustus, September, dan Oktober.

Semivariogram teoritis isotropi untuk  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  dengan nilai RSS terkecil sama-sama berada pada bulan September dengan model yang berbeda, masing-masing adalah gaussian dan eksponensial. Konsentrasi  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  pada bulan September memiliki varians dan rata-rata terkecil dibandingkan dengan bulan lainnya. Asumsi kenormalan tidak mempengaruhi nilai RSS model Semivariogram teoritis isotropi karena meskipun konsentrasi  $\text{NO}_2$  pada bulan September tidak berdistribusi normal namun memiliki nilai RSS lebih kecil dibandingkan bulan lainnya. Semivariogram teoritis isotropi untuk konsentrasi  $\text{SO}_2$  yang mempunyai nilai RSS terbesar adalah model gaussian pada bulan Juli, sedangkan untuk konsentrasi  $\text{NO}_2$  adalah model gaussian pada bulan Maret. Konsentrasi  $\text{SO}_2$  pada bulan Juli mempunyai varians yang wajar tetapi rata-ratanya kedua terbesar dibandingkan bulan lainnya, sedangkan konsentrasi  $\text{NO}_2$  pada bulan Maret mempunyai varians dan rata-rata paling besar dibandingkan bulan lainnya. Jika dilihat dari asumsi kenormalannya konsentrasi  $\text{SO}_2$  pada bulan

Juli berdistribusi normal sedangkan konsentrasi  $\text{NO}_2$  pada bulan Maret tidak normal.

*Cross variogram* teoritis isotropi antara konsentrasi  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  dengan nilai RSS terkecil berada pada bulan April dengan model linier. Disusul kemudian oleh model linier yang berada pada bulan September. Jika dilihat secara empiris, konsentrasi  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  pada bulan April dan September mempunyai korelasi Pearson tidak signifikan yang berarti antara kedua konsentrasi tersebut tidak ada korelasi secara statistik. *Cross variogram* teoritis isotropi antara konsentrasi  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  yang mempunyai nilai RSS terbesar berada pada bulan Oktober dengan model eksponensial. Pada bulan Oktober antara konsentrasi  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  mempunyai korelasi Pearson yang signifikan, di mana secara statistik kedua konsentrasi ini saling berkorelasi.

Pada model linier baik itu pada semivariogram  $\text{SO}_2$ ,  $\text{NO}_2$ , dan *cross variogram* antara  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_2$  yang berada pada bulan Januari, Oktober, dan Desember mempunyai autokorelasi spasial lemah. Data konsentrasi  $\text{SO}_2$  pada bulan Januari dan Desember tidak memenuhi asumsi kenormalan sehingga menjadi indikasi bahwa pada bulan tersebut terjadi autokorelasi spasial lemah. Sedangkan pada bulan Oktober konsentrasi  $\text{NO}_2$  menghasilkan *p-value* dari uji Shapiro-Wilk hanya sebesar 0,058 yang nilainya hampir mendekati tidak terpenuhinya kenormalan.

Berdasarkan uraian di atas dapat disimpulkan bahwa model semivariogram teoritis isotropi dipengaruhi oleh varians dan rata-rata variabel teritorial. Semakin besar varians dan rata-rata variabel teritorial semakin besar nilai RSS yang dihasilkan dan sebaliknya. Asumsi kenormalan tidak mempengaruhi nilai RSS model semivariogram teoritis isotropi, tetapi asumsi ini mempengaruhi autokorelasi spasial. Data bulanan yang tidak berdistribusi normal cenderung mempunyai autokorelasi lemah. Pada model *cross variogram* isotropi, signifikansi korelasi Pearson tidak memberikan pengaruh pada nilai RSS secara empiris. Sehingga dapat dikatakan bahwa adanya hubungan antara variabel primer dan sekunder berdasarkan teoritis bisa digunakan sebagai penentuan ada tidaknya korelasi antara variabel primer dan sekunder pada variabel teritorial.

Untuk data yang tidak normal dan tidak stasioner dilakukan transformasi logaritma natural pada data tersebut. Transformasi logaritma natural yang dilakukan hanya menghilangkan ketidakstasioneran pada varians saja namun untuk ketidakstasioneran pada rata-rata belum bisa dihilangkan. Korelasi antara nilai aktual dengan nilai estimasi yang dihasilkan *cross validation* menunjukkan bahwa pada data yang ditransformasi dengan menggunakan logaritma natural memiliki nilai korelasi yang lebih kecil dibandingkan dengan data yang tidak ditransformasi. Sehingga dapat disimpulkan bahwa data yang tidak ditransformasi dalam penelitian ini lebih akurat dalam mengestimasi melalui interpolasi cokriging dibandingkan dengan data yang ditransformasi dengan logaritma natural. Namun untuk mendapatkan hasil estimasi yang lebih akurat pada interpolasi cokriging ini dapat diperoleh dengan menghilangkan ketidakstasioneran baik pada rata-rata maupun varians dari variabel teregional yang digunakan. Untuk menghilangkan ketidakstasioneran pada rata-rata dan varians dapat dilakukan dengan menggunakan jenis transformasi lainnya yang sesuai dengan karakteristik variabel teregional yang digunakan.

*Scatterplot* antara nilai aktual dengan nilai estimasi dari data tanpa transformasi dengan data transformasi logaritma natural menunjukkan bahwa data tanpa transformasi memiliki nilai estimasi lebih mendekati nilai aktual daripada data yang telah ditransformasi terdapat pada bulan Januari, Maret, April, Mei, Juli, Agustus, dan Desember. Sedangkan pada bulan Februari, Juni, September, Oktober, dan November data transformasi logaritma natural memiliki nilai estimasi lebih mendekati nilai aktual daripada data tanpa transformasi.

*Scatterplot* antara nilai aktual dengan nilai estimasi baik dari data tanpa transformasi maupun data transformasi logaritma natural menunjukkan bahwa Titik-titik stasiun pemantauan yang memiliki nilai estimasi paling mendekati nilai aktual secara umum berada pada stasiun pemantauan Gambir dan Kemayoran di Jakarta Pusat, Ancol 1 (BPLHD) di Jakarta Utara, dan Glodok di Jakarta Barat. Sedangkan titik stasiun pemantauan yang memiliki nilai estimasi paling jauh dari nilai aktual secara umum berada pada stasiun pemantauan Kalideres di Jakarta Barat, KBN Cakung di Jakarta Utara, Ciracas di Jakarta Timur, dan Kuningan di Jakarta Selatan. Titik-titik pengamatan tersebut jika dilihat dari lokasi

peruntukannya menyebar di lokasi peruntukan yang berbeda-beda. Berdasarkan hal tersebut dapat disimpulkan bahwa lokasi peruntukan titik pengamatan tidak mempengaruhi akurat tidaknya estimasi dengan interpolasi cokriging. Namun terdapat kecenderungan bahwa titik-titik pengamatan yang terletak di tengah-tengah DKI Jakarta mempunyai nilai estimasinya paling mendekati nilai aktual seperti titik pengamatan di Gambir dan Kemayoran yang terletak di Jakarta Pusat. Sebaliknya titik-titik pengamatan yang terletak di pinggiran DKI Jakarta atau merupakan daerah perbatasan DKI Jakarta dengan Provinsi lainnya mempunyai nilai estimasinya paling jauh dari nilai aktual. Titik pengamatan di Kalideres yang merupakan daerah perbatasan antara Jakarta barat dengan Kota Tangerang dan KBN Cakung di Jakarta Utara yang berbatasan dengan Kota Bekasi mempunyai mempunyai nilai estimasinya paling jauh dari nilai aktual. Berdasarkan hal tersebut dapat disimpulkan bahwa sumber polutan dari titik-titik pengamatan yang terletak di pinggiran DKI Jakarta dipengaruhi oleh daerah yang berdekatan dengan titik pengamatan tersebut. Hal ini menyebabkan hasil pengukuran di titik pengamatan tersebut naik turun. Sedangkan sumber polutan dari titik-titik pengamatan yang terletak di tengah-tengah DKI Jakarta berasal dari titik pengamatan tersebut saja sehingga hasil pengukuran sumber polutan berada pada kisaran nilai yang cenderung sama.

Hasil estimasi konsentrasi  $\text{SO}_2$  melalui interpolasi *ordinary* kriging yang tersaji dalam peta kontur menunjukkan bahwa skala interval tertinggi konsentrasi  $\text{SO}_2$  di DKI Jakarta pada tahun 2012 adalah  $70 \mu\text{g}/\text{m}^3$ . Skala tertinggi konsentrasi  $\text{SO}_2$  terdapat di Kramat Pela dan Kalideres. Skala konsentrasi  $\text{SO}_2$  ini masih berada di ambang batas normal dari yang ditetapkan oleh Keputusan Gubernur Provinsi DKI Jakarta Nomor 551 Tahun 2001 tentang Baku Mutu Udara Ambien untuk waktu pengukuran 1 jam yang disajikan pada Tabel 4.9 berikut ini :

Tabel 4.9 Baku Mutu Udara Ambien DKI Jakarta

No	Parameter	Waktu Pengukuran	Baku Mutu
1	Sulfur Dioksida ( $\text{SO}_2$ )	1 jam	$900 \mu\text{g}/\text{m}^3$ (0.34 ppm)
		24 jam	$20 \mu\text{g}/\text{m}^3$ (0.1 ppm)
2	NitrogenDioksida ( $\text{NO}_2$ )	1 jam	$400 \mu\text{g}/\text{m}^3$ (0.2 ppm)
		24 jam	$92,5 \mu\text{g}/\text{m}^3$ (0.05 ppm)

Sumber : Keputusan Gubernur Provinsi DKI Jakarta Nomor 551 Tahun 2001 tentang Baku Mutu Udara Ambien



(halaman ini sengaja dikosongkan)

## BAB V

### KESIMPULAN DAN SARAN

#### 5.1 Kesimpulan.

Berdasarkan analisa dalam bab hasil dan pembahasan maka dapat dapat disimpulkan bahwa:

1. Prosedur interpolasi dengan cokriging
  - Variabel teregional yang memenuhi asumsi stasioner orde dua dianggap juga memenuhi asumsi stasioner instrinsik dan tidak berlaku sebaliknya.
  - Nilai RSS Model semivariogram teoritis isotropi dipengaruhi oleh varians dan rata-rata variabel teregional. Semakin besar varians dan rata-rata semakin besar nilai RSS yang dihasilkan dan sebaliknya.
  - Signifikansi pada korelasi Pearson tidak memberikan pengaruh pada nilai RSS pada model *cross variogram* isotropi, sehingga adanya hubungan antara variabel primer dan sekunder tidak hanya dapat dinyatakan secara empiris melalui uji statistik tetapi juga bisa dinyatakan berdasarkan teoritis.
2. Hasil estimasi konsentrasi SO<sub>2</sub> dan NO<sub>2</sub> di DKI Jakarta dengan cokriging
  - Semivariogram teoritis isotropi terbaik per bulan dengan nilai RSS terkecil untuk SO<sub>2</sub> paling banyak berbentuk model eksponensial. Semivariogram teoritis isotropi terbaik per bulan untuk NO<sub>2</sub> paling banyak berbentuk model spherical. Sedangkan semivariogram teoritis isotropi terbaik per bulan untuk *cross variogram* antara SO<sub>2</sub> dan NO<sub>2</sub> paling banyak berbentuk model linier.
  - Korelasi antara nilai aktual dan nilai estimasi pada data yang ditransformasi dengan menggunakan logaritma natural lebih kecil dibandingkan dengan data yang tidak ditransformasi. Sehingga estimasi yang dihasilkan oleh data yang tidak ditransformasi lebih akurat dibandingkan dengan data yang ditransformasi dengan menggunakan logaritma natural.
  - Titik-titik pengamatan yang terletak di tengah-tengah DKI Jakarta mempunyai nilai estimasi paling mendekati nilai aktual, sebaliknya titik-

titik pengamatan yang terletak di pinggiran DKI Jakarta atau merupakan daerah perbatasan DKI Jakarta dengan Provinsi lainnya mempunyai nilai estimasi paling jauh dari nilai aktual.

- Hasil interpolasi *ordinary* kriging pada peta kontur konsentrasi  $\text{SO}_2$  menunjukkan bahwa skala interval tertinggi adalah  $70 \mu\text{g}/\text{m}^3$  yang dihasilkan oleh model semivariogram isotropi gaussian pada bulan Juni. Skala konsentrasi  $\text{SO}_2$  ini masih berada di ambang batas normal dari yang ditetapkan oleh Keputusan Gubernur Provinsi DKI Jakarta Nomor 551 Tahun 2001 tentang Baku Mutu Udara Ambien untuk waktu pengukuran 1 jam.

## 5.2 Saran

Beberapa saran yang yang bisa diberikan dari hasil penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Penelitian ini masih menggunakan semivariogram dan *cross variogram* isotropi. Untuk meningkatkan akurasi hasil estimasi, maka penelitian selanjutnya dapat mempertimbangkan adanya pengaruh arah mata angin dengan menggunakan semivariogram dan *cross variogram* anisotropi.
2. Transformasi logaritma natural yang dilakukan pada penelitian ini untuk mengatasi ketidakstasioneran pada varians, sehingga perlu dilakukan juga untuk kasus ketidakstasioneran pada rata-rata. Di samping itu perlu dicobakan berbagai jenis transformasi yang lain.
3. Untuk menghasilkan estimasi cokriging yang lebih akurat bisa dilakukan dengan cara membuat *gridding* untuk mengelompokkan titik-titik pengamatan agar lokasi penelitian lebih homogen atau menggunakan metode *Robust Kriging* untuk mengatasi data pencilan (*outlier*).

(halaman ini sengaja dikosongkan)

## LAMPIRAN

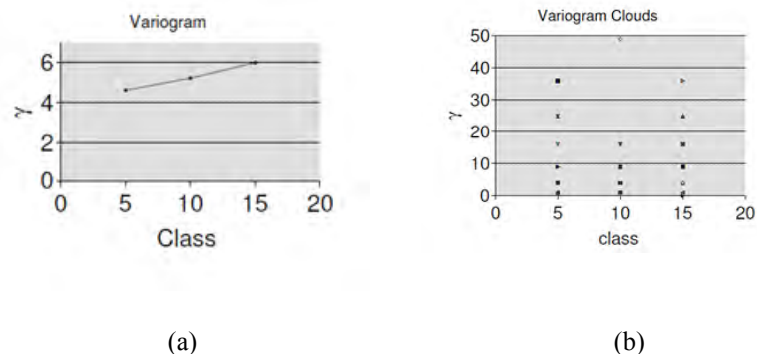
### Lampiran 1 : Contoh Perhitungan Semivariogram Eksperimental

Pada suatu lokasi pertambangan diambil 13 titik sampel  $x_i$  untuk mengetahui kandungan tembaga ( $z(x_i)$ ). Setiap titik sampel dipisahkan oleh jarak ( $d = 5$  meter) dengan perincian sebagai berikut (geodesy.gd.itb.ac.id, diakses tanggal 26 September 2014):

Tabel 1 Perhitungan Variogram Eksperimental dari Data Kandungan Tembaga

$x$	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	N	$\Sigma$	$\gamma$
Z	8	6	4	3	6	5	7	2	8	9	5	6	3			
h																
5		$(8-6)^2 = 4$	$(6-4)^2 = 4$	$(4-3)^2 = 1$	$(3-6)^2 = 9$	$(6-5)^2 = 1$	$(5-7)^2 = 4$	$(7-2)^2 = 25$	$(2-8)^2 = 36$	$(8-9)^2 = 1$	$(9-5)^2 = 16$	$(5-6)^2 = 1$	$(6-3)^2 = 9$	12	111	4.63
10			$(8-4)^2 = 16$	$(6-3)^2 = 9$	$(4-6)^2 = 4$	$(3-5)^2 = 4$	$(6-7)^2 = 1$	$(5-2)^2 = 9$	$(7-8)^2 = 1$	$(2-9)^2 = 49$	$(8-5)^2 = 9$	$(9-6)^2 = 9$	$(5-3)^2 = 4$	11	115	5.23
15				$(8-3)^2 = 25$	$(6-6)^2 = 0$	$(4-5)^2 = 1$	$(3-7)^2 = 16$	$(6-2)^2 = 16$	$(5-8)^2 = 9$	$(7-9)^2 = 4$	$(2-5)^2 = 9$	$(8-6)^2 = 4$	$(9-3)^2 = 36$	10	120	6.00

Perhitungan semivariogram dilakukan dengan merata-rata seluruh pasangan data yang tersedia ( $N(h)$ ), diselesaikan dengan menggunakan persamaan (2.12). Di mana  $h$  adalah jarak antar dua data ( $h = 1d, 2d, 3d, \dots, d$  adalah indeks untuk kelas jarak yang berbeda). Bila nilai-nilai dalam tabel di atas dibuat plot secara standar dan *cloud variogram* akan tampak seperti gambar di bawah. Pada *cloud variogram*, terlihat dengan jelas bahwa pada lokasi titik ke  $x_{45}$  yang terpisah oleh jarak 10 meter terdapat satu *outlier*.



Gambar 1. Semivariogram Eksperimental Data Tembaga (Cu) :  
(a) Variogram standart (b) *Cloud Variogram*

**Lampiran 2 : Contoh Perhitungan Sederhana Kovarians Silang, Korelasi Silang dan Semivariogram Silang:**

Misalkan terdapat dua variabel yaitu kadar besi (Fe) sebagai variabel primer ( $U$ ) dan magnesium (Mg) sebagai variabel sekunder ( $V$ ) dalam *grid* 3 x 3. Kedua variabel ditunjukkan dalam tabel 3 x 3 berikut ini (www.math.umt.edu diakses tanggal 23 September 2014):

Tabel 2 Kadar Besi (Fe) sebagai Variabel Primer ( $U$ ) dan Magnesium (Mg) sebagai Variabel Sekunder ( $V$ )

7	8	8	Fe ( $U$ )	U <sub>1</sub>	U <sub>2</sub>	U <sub>3</sub>
3	4	5		V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>	V <sub>3</sub>
9	10	10		U <sub>4</sub>	U <sub>5</sub>	U <sub>6</sub>
5	4	6	Mg ( $V$ )	V <sub>4</sub>	V <sub>5</sub>	V <sub>6</sub>
10	12	12		U <sub>7</sub>	U <sub>8</sub>	U <sub>9</sub>
5	6	5		V <sub>7</sub>	V <sub>8</sub>	V <sub>9</sub>

- a. Perhitungan kovarians silang pada arah (1,0) adalah sebagai berikut :

*Cross h=(1,0)-scatterplot* artinya kovarians antara perubahan kadar besi dan perubahan magnesium jika bergerak 1 satuan ke arah kanan (*east*).

$N(1,0) = 6$  pasang yaitu ( $U_1, V_2$ ); ( $U_2, V_3$ ); ( $U_4, V_5$ ); ( $U_5, V_6$ ); ( $U_7, V_8$ ); dan

( $U_8, V_9$ ) = (7, 4); (8, 5); (9, 4); (10, 6); (10, 6); dan (12, 5)

$$m_{u,-(1,0)} = \frac{1}{6} (7 + 8 + 9 + 10 + 10 + 12) = 9.3$$

$$m_{v,+(1,0)} = \frac{1}{6} (4 + 5 + 4 + 6 + 6 + 5) = 5$$

$$\hat{C}_{UV}(1,0) = \frac{1}{6} \{ (7 \times 4) + (8 \times 5) + (9 \times 4) + (10 \times 6) + (10 \times 6) + (12 \times 5) \} - (9.3) \times (5)$$

$$= \frac{1}{6} (28 + 40 + 36 + 60 + 60 + 60) - 46.5$$

$$= 0.833$$

**Lanjutan Lampiran 2 :**

- b. Perhitungan korelasi silang pada arah  $h=(1,0)$  adalah sebagai berikut :

$$\hat{\sigma}_{U,-(1,0)}^2 = \frac{1}{6} (7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2 + 10^2 + 12^2 - (9.3)^2) = 3.2$$

$$\hat{\sigma}_{V,+(1,0)}^2 = \frac{1}{6} (4^2 + 5^2 + 4^2 + 6^2 + 6^2 + 5^2 - (5)^2) = 0.6$$

$$\hat{\rho}_{UV}(1,0) = \frac{0.833}{\sqrt{(3.2) \times (0.6)}} = 0.6$$

- c. Perhitungan semivariogram silang pada arah  $h=(1,0)$  adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\hat{\gamma}_{UV}(\mathbf{h}) &= \frac{1}{2(6)} [(7-8)(3-4) + (8-8)(4-5) + (9-10)(5-4) + \\ &\quad (10-10)(4-6) + (10-12)(5-6) + (12-12)(6-5)] \\ &= 0.167\end{aligned}$$



### Lampiran 3 : Titik-Titik Lokasi Pengamatan dan Data SO<sub>2</sub> dan NO<sub>2</sub>

#### Lampiran 3A. Koordinat Bujur Lintang dan Koordinat UTM

Titik	Lokasi	Bujur (Longitude)	Lintang (Latitude)	Easting (X)	Northing (Y)
1	Kalideres	-6.140038	106.702566	688400.7	9321015.8
2	Istiqlal	-6.168936	106.832319	702752.4	9317772.3
3	Ancol 1	-6.123541	106.831843	702716.9	9322793.1
4	KBN Cakung	-6.148427	106.934417	714062.2	9320000.8
5	Jiep	-6.185969	106.913169	711695.2	9315857.0
6	Kramat Pela	-6.248503	106.797112	698825.5	9308985.8
7	Ciracas	-6.329040	106.879105	707868.0	9300046.5
8	Tebet	-6.231064	106.849358	704614.5	9310894.5
9	Kuningan	-6.223052	106.834267	702947.3	9311786.4
10	Kemayoran	-6.165000	106.866000	706482.1	9318194.7
11	Ancol 2	-6.135000	106.836000	703172.7	9321524.2
12	Monas	-6.185000	106.826000	702046.9	9315998.1
13	Glodok	-6.155000	106.826000	702058.2	9319316.0
14	Bandengan	-6.165000	106.786000	697626.8	9318225.1

Sumber : BPLHD, BMKG 2013 dan Pengolahan

#### Lampiran 3B. Data SO<sub>2</sub> di 14 Titik Lokasi Stasiun Pengamatan Udara Ambien BPLHD dan BMKG DKI Jakarta per Bulan Tahun 2012 (µg/m<sup>3</sup>)

Lokasi	Jan	Feb	Maret	April	Mei	Juni	Juli	Agust	Sept	Okt	Nov	Des
Kalideres	4.80	54.90	39.20	16.65	72.20	66.70	64.95	48.05	7.80	32.85	41.40	61.10
Istiqlal	5.30	28.80	25.20	19.35	24.20	56.80	51.65	35.80	17.30	31.55	34.05	9.80
Ancol 1	17.70	32.40	26.60	14.75	59.30	62.90	49.15	41.60	9.90	44.60	20.90	8.10
KBN Cakung	9.20	62.10	44.60	27.10	62.80	48.30	56.55	41.80	0.70	46.60	53.05	47.40
Jiep	6.80	36.70	32.10	32.20	55.00	65.30	48.55	38.50	3.10	31.05	28.65	29.10
Kramat Pela	8.50	25.70	20.80	26.15	52.40	69.90	40.00	56.30	18.40	31.15	32.50	19.90
Ciracas	5.10	24.45	16.60	38.35	60.50	61.70	54.70	58.05	4.40	35.55	19.90	6.40
Tebet	10.20	39.45	27.00	30.05	27.40	61.90	54.50	35.05	1.70	34.25	30.20	28.00
Kuningan	10.90	41.95	20.00	37.30	38.20	55.20	48.95	51.85	19.70	29.80	29.10	22.00
Kemayoran	10.50	10.50	12.60	12.00	11.50	14.60	17.00	15.70	15.70	20.40	17.50	14.40
Ancol 2	30.10	11.80	14.10	15.20	23.50	22.20	28.80	24.30	14.40	25.10	19.60	22.20
Monas	18.80	10.50	33.00	19.90	11.00	15.20	18.80	16.50	13.10	17.80	16.20	8.40
Glodok	31.40	30.60	26.20	18.80	19.90	26.40	15.70	23.50	17.50	25.60	25.40	17.50
Bandengan	24.10	22.80	23.00	17.30	18.30	22.50	22.20	23.50	16.20	18.30	21.50	20.90

Sumber : BPLHD dan BMKG 2013

#### Lampiran 3C Data NO<sub>2</sub> di 14 Titik Lokasi Stasiun Pengamatan Udara Ambien BPLHD dan BMKG DKI Jakarta per Bulan Tahun 2012 (µg/m<sup>3</sup>)

Lokasi	Jan	Feb	Maret	April	Mei	Juni	Juli	Agust	Sept	Okt	Nov	Des
Kalideres	12.30	26.50	167.80	18.20	19.50	17.70	12.50	26.95	11.50	15.60	16.95	18.30
Istiqlal	18.80	17.05	5.70	8.00	17.70	31.10	22.70	16.05	2.30	28.30	18.70	23.80
Ancol 1	11.70	8.75	15.10	24.60	24.50	15.10	13.35	14.50	0.90	34.10	13.25	7.30
KBN Cakung	9.90	66.35	228.70	17.45	9.50	19.60	10.45	4.20	5.80	20.20	9.05	8.00
Jiep	10.90	23.90	29.10	11.50	31.70	9.10	31.20	8.10	3.30	30.55	20.55	30.90
Kramat Pela	8.20	7.15	77.20	10.95	23.10	18.30	9.75	12.35	1.80	22.45	26.90	37.40
Ciracas	7.50	6.30	9.90	8.75	8.90	3.80	9.95	8.70	1.80	20.00	12.10	15.70
Tebet	8.70	24.10	11.90	9.20	23.60	13.60	9.90	11.45	16.40	9.55	35.25	50.40
Kuningan	9.80	35.55	16.60	32.20	26.10	30.40	6.85	19.30	13.10	24.70	9.65	3.50
Kemayoran	37.41	17.30	18.00	27.30	28.40	27.00	43.50	52.20	43.50	54.70	42.30	30.00
Ancol 2	42.44	43.70	22.70	30.90	30.90	33.80	48.60	54.50	40.50	58.60	41.70	38.70
Monas	47.84	26.30	19.10	35.60	37.40	20.00	39.60	50.90	42.30	53.20	39.00	30.60
Glodok	102.51	54.00	41.00	49.60	56.10	54.00	79.10	83.80	55.80	95.70	74.10	61.50
Bandengan	41.72	38.30	20.90	42.10	29.90	28.40	43.20	68.90	47.70	51.80	41.70	38.70

Sumber : BPLHD dan BMKG 2013

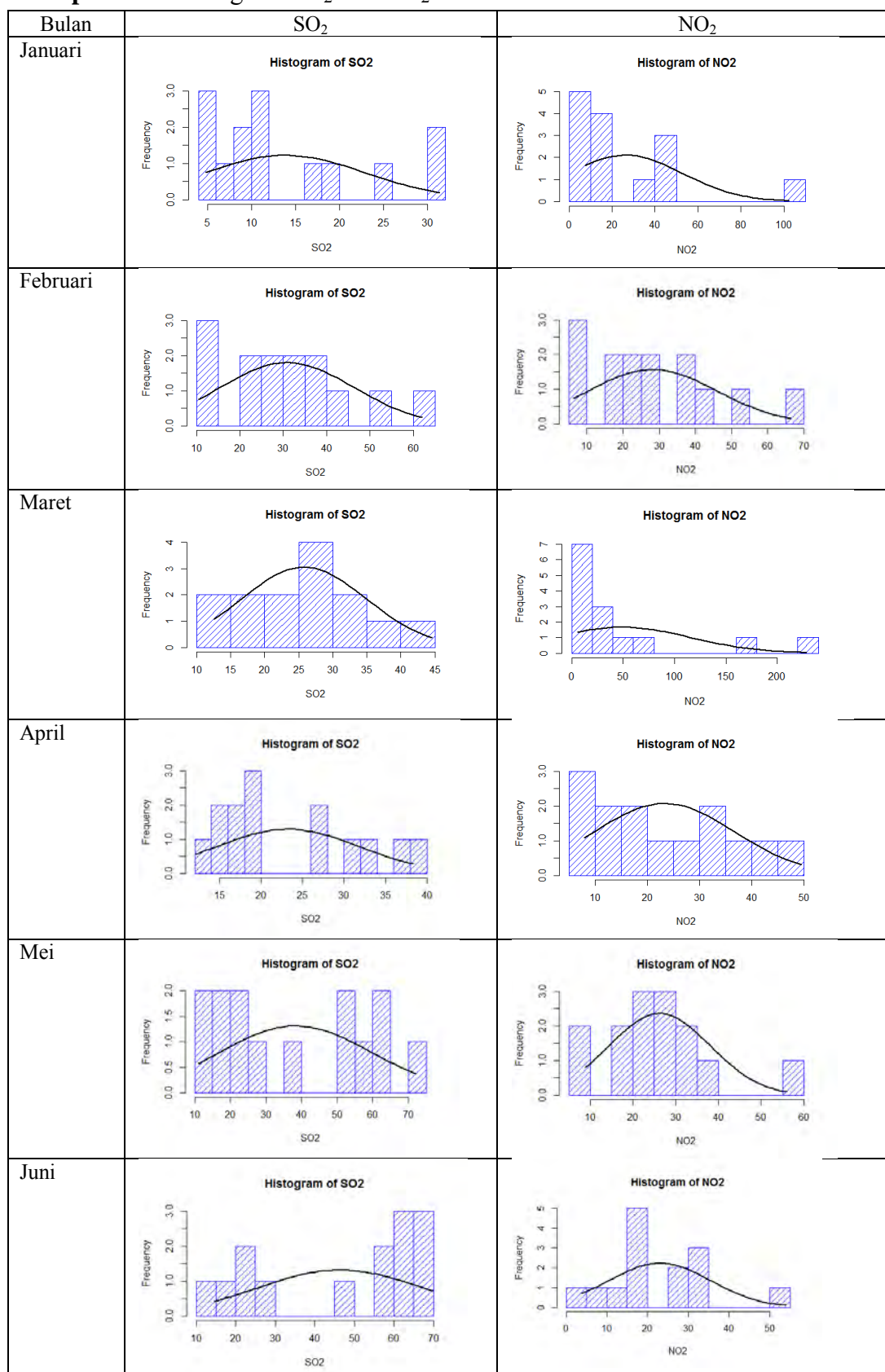
#### Lampiran 4 : Statistik Deskriptive SO<sub>2</sub> dan NO<sub>2</sub>

##### Descriptive Statistics: SO2 Januari; SO2 Februari; SO2 Maret; SO2 April; ...

Variable	Mean	StDev	Variance	Minimum	Median	Maximum	Range
SO2 Januari	13.81	9.12	83.17	4.80	10.35	31.40	26.60
SO2 Februari	30.90	15.48	239.72	10.50	29.70	62.10	51.60
SO2 Maret	25.79	9.15	83.80	12.60	25.70	44.60	32.00
SO2 April	23.22	8.61	74.14	12.00	19.63	38.35	26.35
SO2 Mei	38.30	21.30	453.83	11.00	32.80	72.20	61.20
SO2 Juni	46.40	21.12	446.07	14.60	56.00	69.90	55.30
SO2 Juli	40.82	16.86	284.40	15.70	48.75	64.95	49.25
SO2 Agustus	36.46	14.16	200.43	15.70	37.15	58.05	42.35
SO2 September	11.42	6.71	45.00	0.70	13.75	19.70	19.00
SO2 Oktober	30.33	8.64	74.64	17.80	31.10	46.60	28.80
SO2 November	27.85	10.21	104.24	16.20	27.02	53.05	36.85
SO2 Desember	22.51	15.47	239.29	6.40	20.40	61.10	54.70
NO2 Januari	26.41	26.50	702.16	7.50	12.00	102.51	95.01
NO2 Februari	28.23	17.77	315.64	6.30	25.20	66.35	60.05
NO2 Maret	48.8	66.8	4459.7	5.7	20.0	228.7	223.0
NO2 April	23.31	13.44	180.59	8.00	21.40	49.60	41.60
NO2 Mei	26.24	11.78	138.84	8.90	25.30	56.10	47.20
NO2 Juni	22.99	12.49	155.89	3.80	19.80	54.00	50.20
NO2 Juli	27.19	21.24	451.32	6.85	18.02	79.10	72.25
NO2 Agustus	30.85	25.93	672.36	4.20	17.68	83.80	79.60
NO2 September	20.48	20.51	420.73	0.90	12.30	55.80	54.90
NO2 Oktober	37.10	23.17	536.79	9.55	29.43	95.70	86.15
NO2 November	28.66	18.20	331.08	9.05	23.73	74.10	65.05
NO2 Desember	28.20	16.76	280.90	3.50	30.30	61.50	58.00

Variable	Skewness	Kurtosis
SO2 Januari	0.98	-0.31
SO2 Februari	0.52	-0.04
SO2 Maret	0.55	-0.01
SO2 April	0.59	-0.96
SO2 Mei	0.19	-1.65
SO2 Juni	-0.54	-1.62
SO2 Juli	-0.42	-1.43
SO2 Agustus	0.01	-1.19
SO2 September	-0.47	-1.42
SO2 Oktober	0.35	-0.13
SO2 November	1.22	1.58
SO2 Desember	1.47	2.11
NO2 Januari	2.04	4.73
NO2 Februari	0.76	0.12
NO2 Maret	2.16	3.91
NO2 April	0.54	-0.77
NO2 Mei	0.96	2.44
NO2 Juni	0.96	1.86
NO2 Juli	1.17	1.11
NO2 Agustus	0.88	-0.58
NO2 September	0.61	-1.48
NO2 Oktober	1.28	1.79
NO2 November	1.14	1.53
NO2 Desember	0.30	-0.32

## Lampiran 5 : Histogram SO<sub>2</sub> dan NO<sub>2</sub>



## Lanjutan Lampiran 5

Bulan	SO <sub>2</sub>	NO <sub>2</sub>
Juli	<p>Histogram of SO<sub>2</sub></p>	<p>Histogram of NO<sub>2</sub></p>
Agustus	<p>Histogram of SO<sub>2</sub></p>	<p>Histogram of NO<sub>2</sub></p>
September	<p>Histogram of SO<sub>2</sub></p>	<p>Histogram of NO<sub>2</sub></p>
Oktober	<p>Histogram of SO<sub>2</sub></p>	<p>Histogram of NO<sub>2</sub></p>
November	<p>Histogram of SO<sub>2</sub></p>	<p>Histogram of NO<sub>2</sub></p>
Desember	<p>Histogram of SO<sub>2</sub></p>	<p>Histogram of NO<sub>2</sub></p>

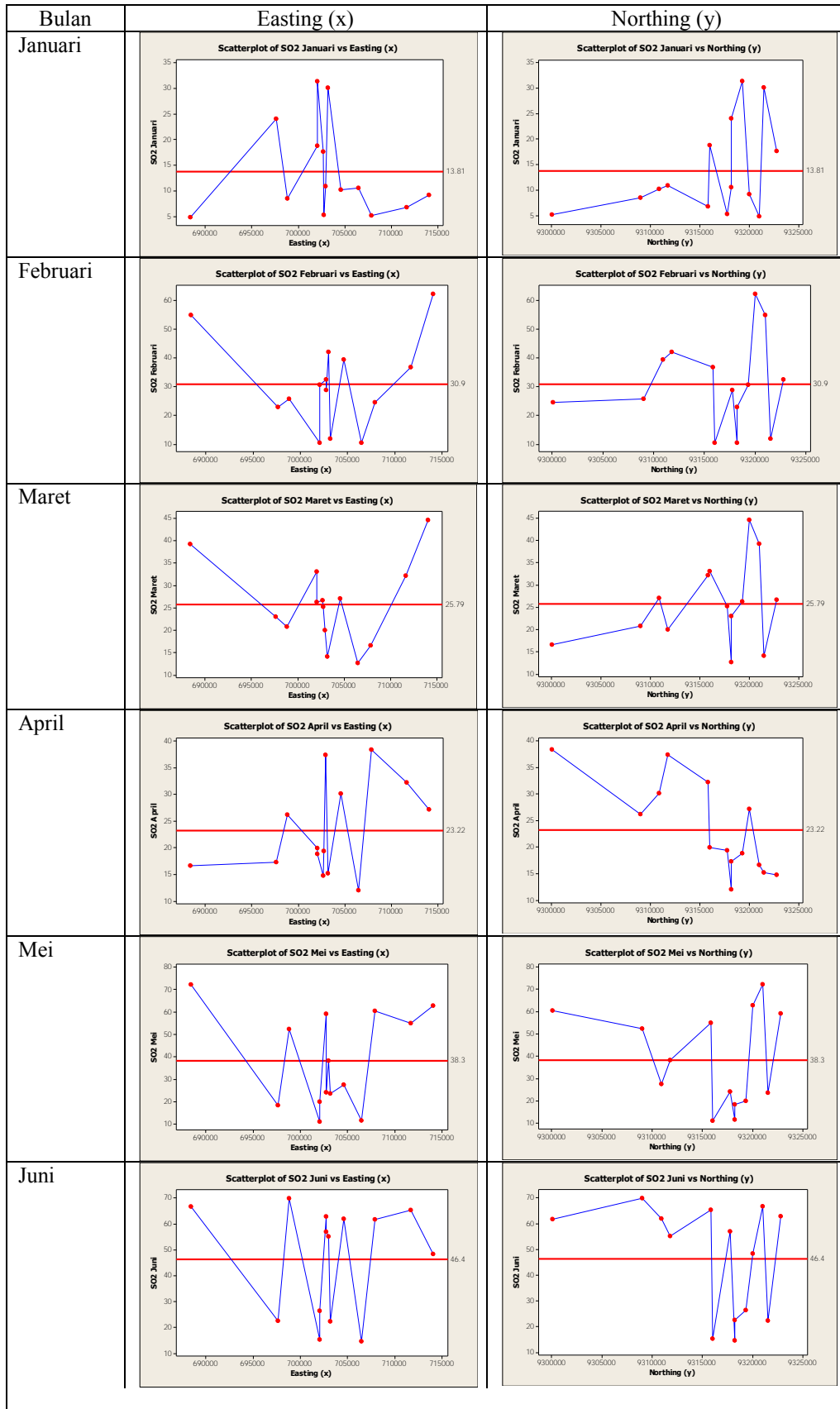
## Lampiran 6 : Normal QQ-Plot SO<sub>2</sub> dan NO<sub>2</sub>

Bulan	SO <sub>2</sub>	NO <sub>2</sub>
Januari	<p>Normal Q-Q Plot</p>	<p>Normal Q-Q Plot</p>
Februari	<p>Normal Q-Q Plot</p>	<p>Normal Q-Q Plot</p>
Maret	<p>Normal Q-Q Plot</p>	<p>Normal Q-Q Plot</p>
April	<p>Normal Q-Q Plot</p>	<p>Normal Q-Q Plot</p>
Mei	<p>Normal Q-Q Plot</p>	<p>Normal Q-Q Plot</p>
Juni	<p>Normal Q-Q Plot</p>	<p>Normal Q-Q Plot</p>

## Lanjutan Lampiran 6

Bulan	SO <sub>2</sub>	NO <sub>2</sub>
Juli	<p>Normal Q-Q Plot</p>	<p>Normal Q-Q Plot</p>
Agustus	<p>Normal Q-Q Plot</p>	<p>Normal Q-Q Plot</p>
September	<p>Normal Q-Q Plot</p>	<p>Normal Q-Q Plot</p>
Oktober	<p>Normal Q-Q Plot</p>	<p>Normal Q-Q Plot</p>
November	<p>Normal Q-Q Plot</p>	<p>Normal Q-Q Plot</p>
Desember	<p>Normal Q-Q Plot</p>	<p>Normal Q-Q Plot</p>

## Lampiran 7 : Scatter Plot SO<sub>2</sub> terhadap Lokasi (Easting (x) dan Northing (y))- 2D

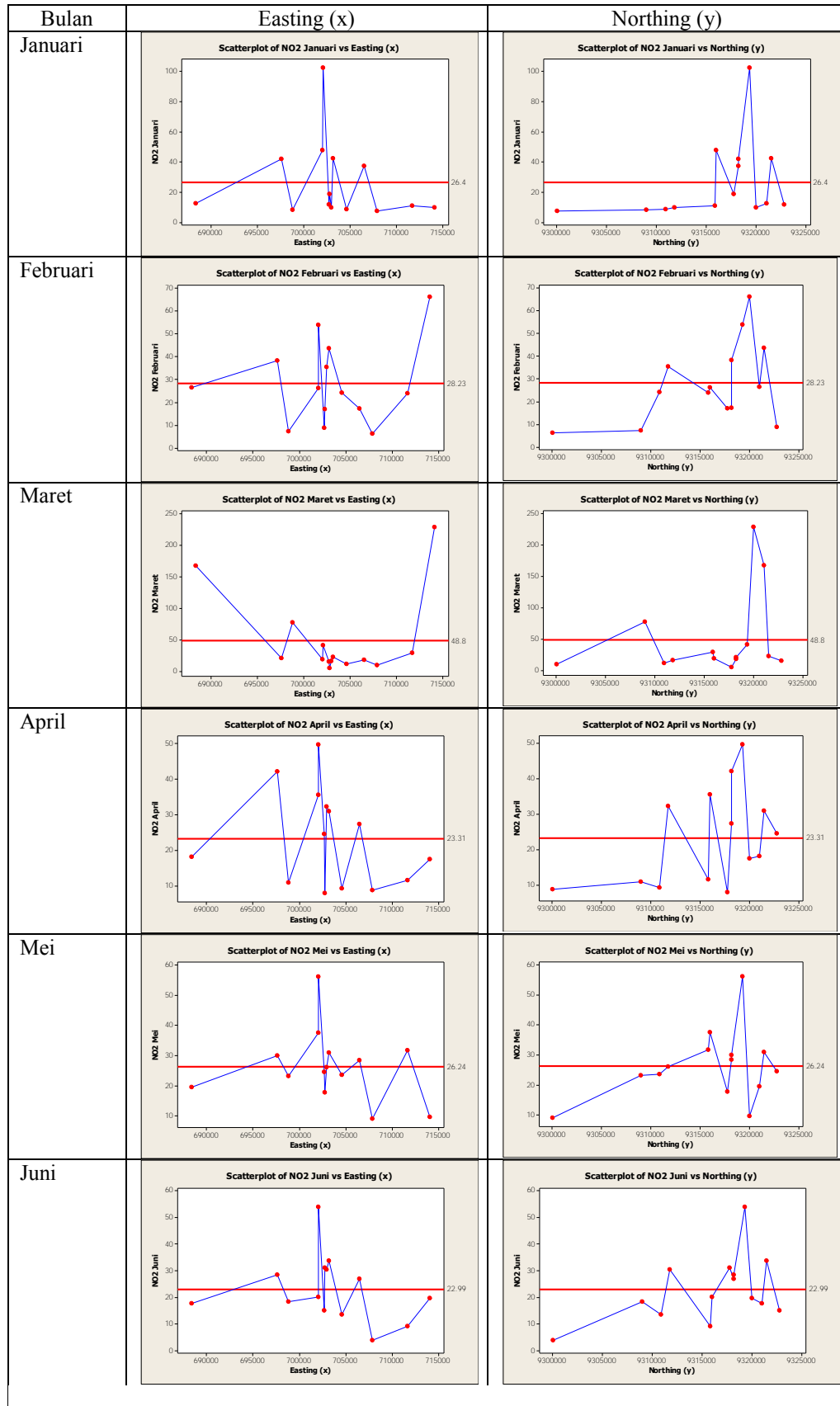


## Lanjutan Lampiran 7

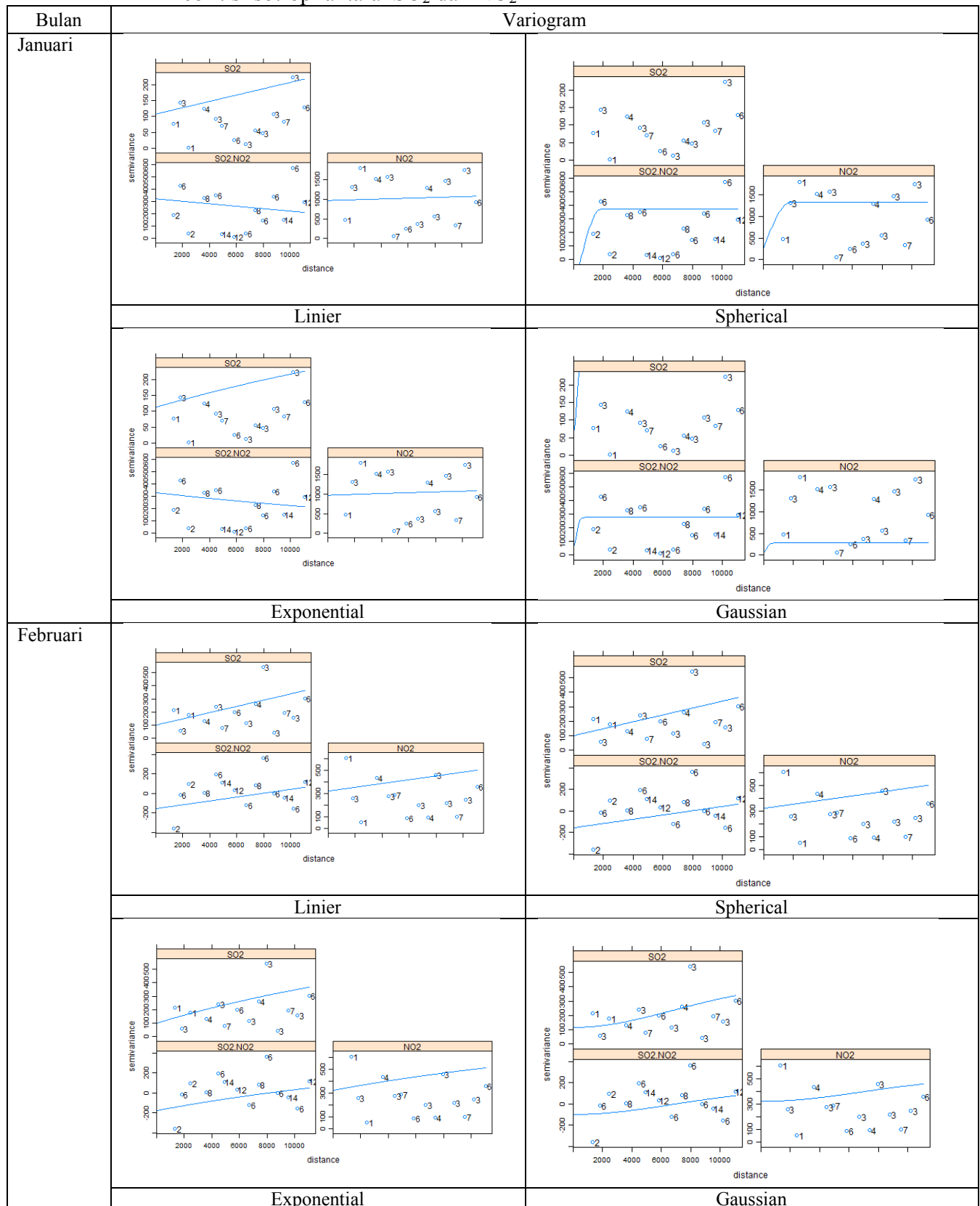
Bulan	Easting (x)	Northing (y)
Juli	<p>Scatterplot of SO2 Juli vs Easting (x)</p>	<p>Scatterplot of SO2 Juli vs Northing (y)</p>
Agustus	<p>Scatterplot of SO2 Agustus vs Easting (x)</p>	<p>Scatterplot of SO2 Agustus vs Northing (y)</p>
September	<p>Scatterplot of SO2 September vs Easting (x)</p>	<p>Scatterplot of SO2 September vs Northing (y)</p>
Oktober	<p>Scatterplot of SO2 Oktober vs Easting (x)</p>	<p>Scatterplot of SO2 Oktober vs Northing (y)</p>
November	<p>Scatterplot of SO2 November vs Easting (x)</p>	<p>Scatterplot of SO2 November vs Northing (y)</p>
Desember	<p>Scatterplot of SO2 Desember vs Easting (x)</p>	<p>Scatterplot of SO2 Desember vs Northing (y)</p>



## Lampiran 8 : Scatter Plot NO<sub>2</sub> terhadap Lokasi (Easting (x) dan Northing (y))- 2D

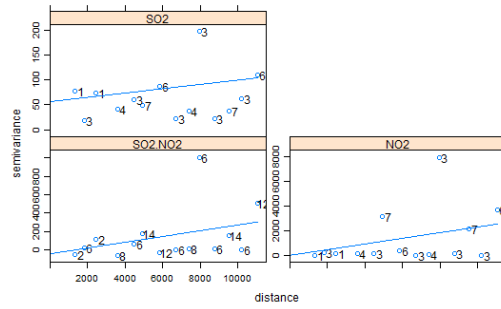


**Lampiran 10 : Semivariogram Teoritis Isotropi SO<sub>2</sub>, NO<sub>2</sub> dan *Cross Variogram***  
**Teoritis Isotropi antara SO<sub>2</sub> dan NO<sub>2</sub>**

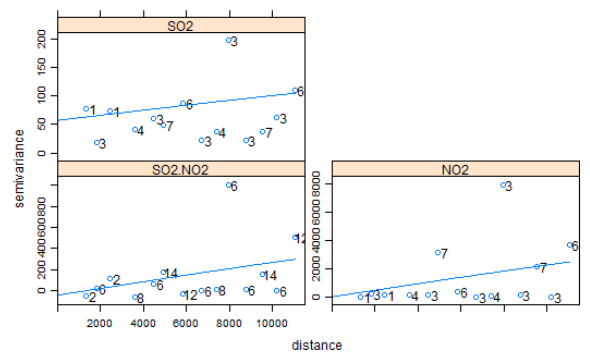


## Lanjutan Lampiran 10 (1)

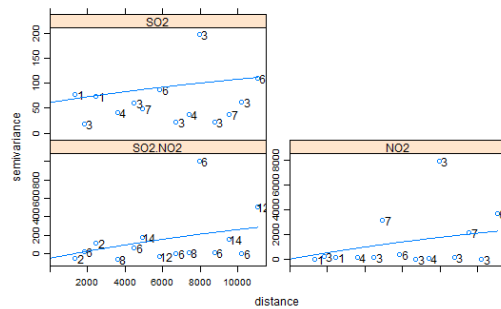
Maret



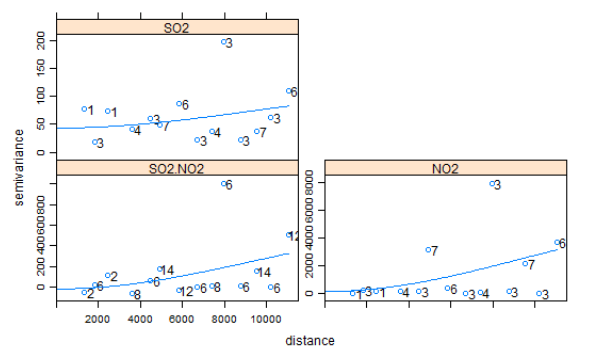
Linier



Spherical

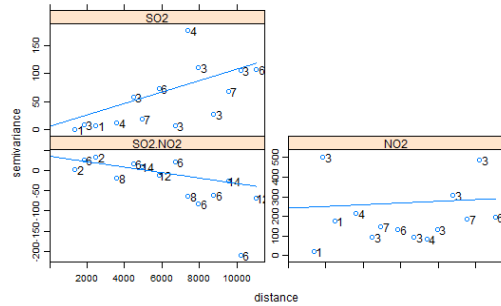


Exponential

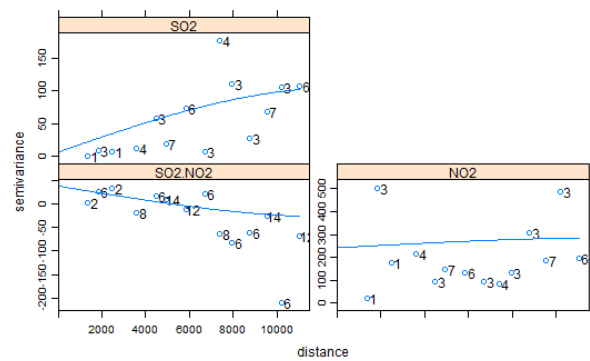


Gaussian

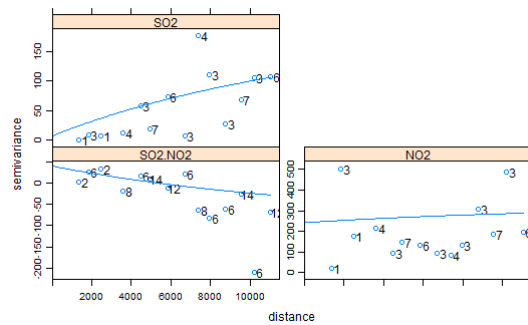
April



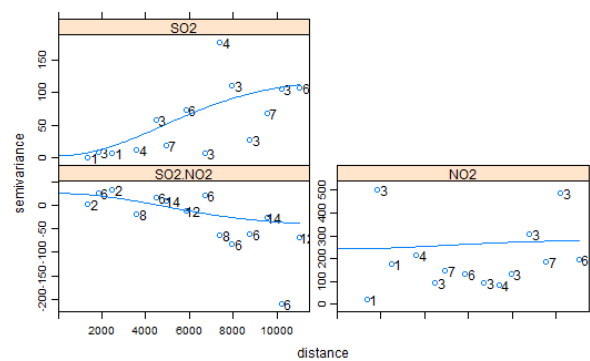
Linier



Spherical

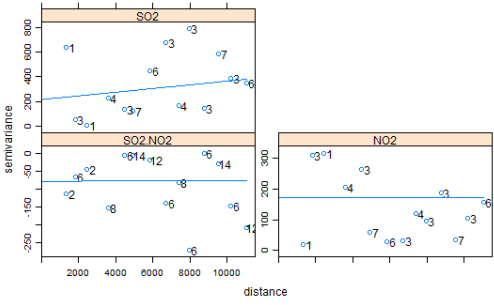
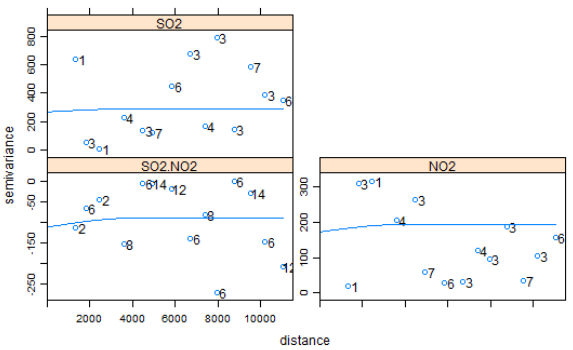
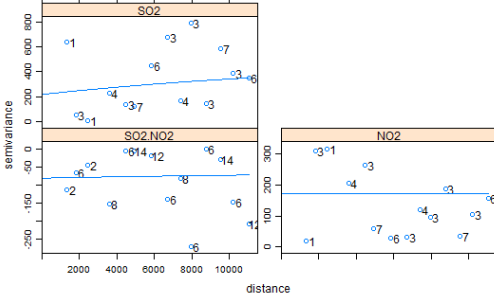
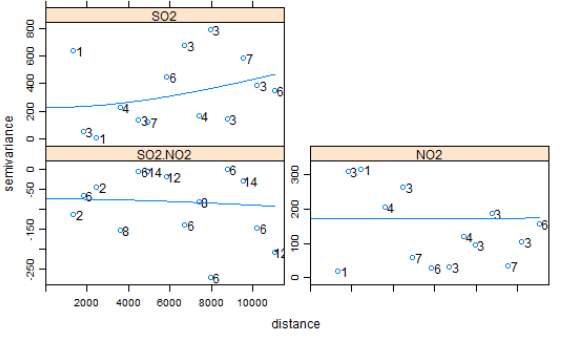
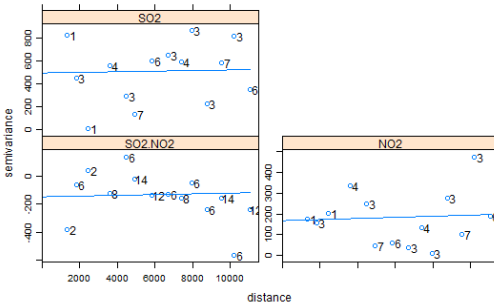
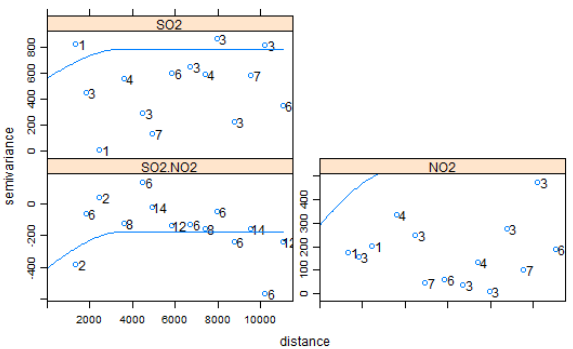
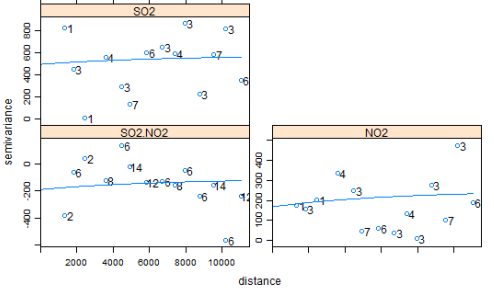
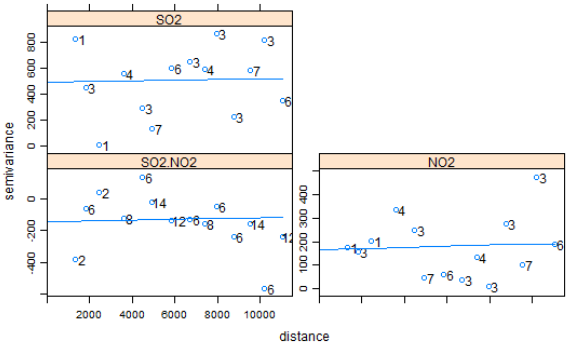


Exponential



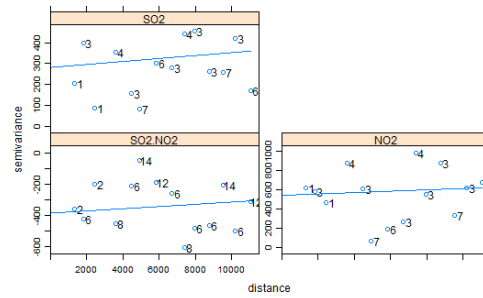
Gaussian

## Lanjutan Lampiran 10 (2)

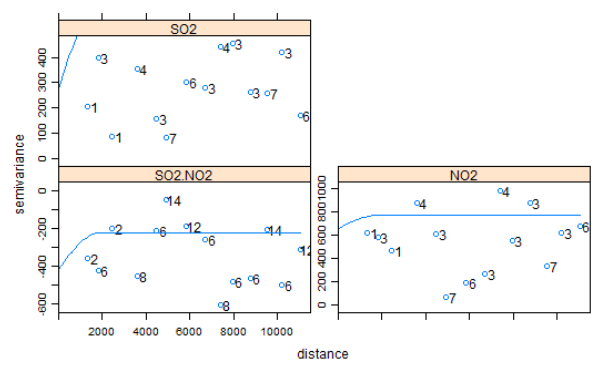
Mei				
	Linier		Spherical	
				
	Exponential		Gaussian	
Juni				
	Linier		Spherical	
				
	Exponential		Gaussian	

## Lanjutan Lampiran 10 (3)

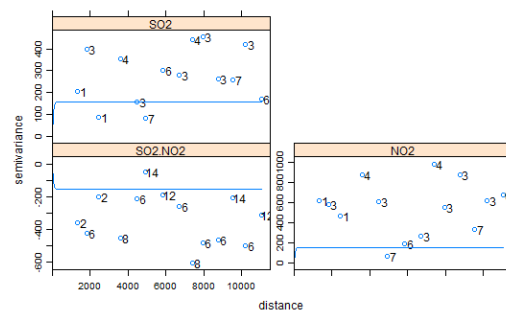
Juli



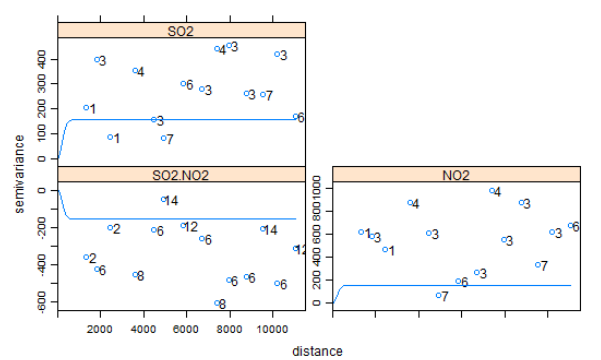
Linier



Spherical

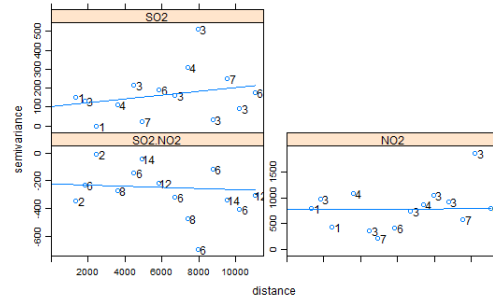


Exponential

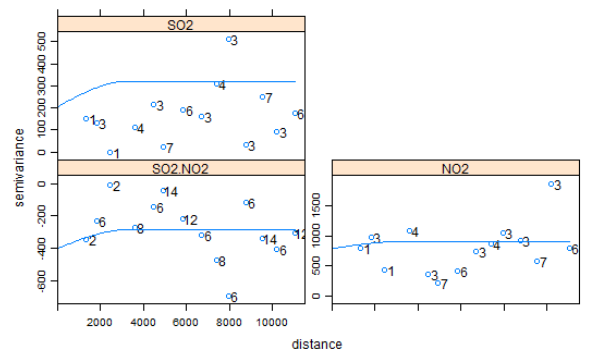


Gaussian

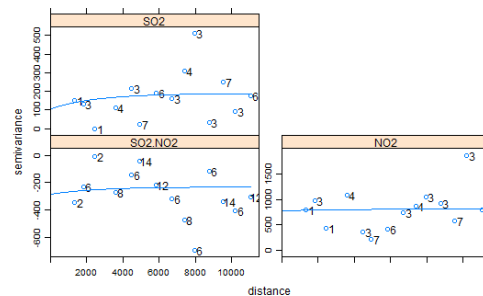
Agustus



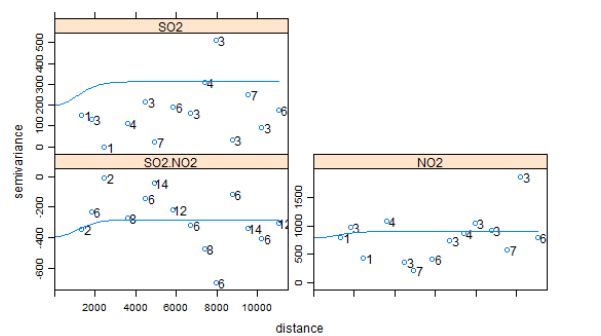
Linier



Spherical



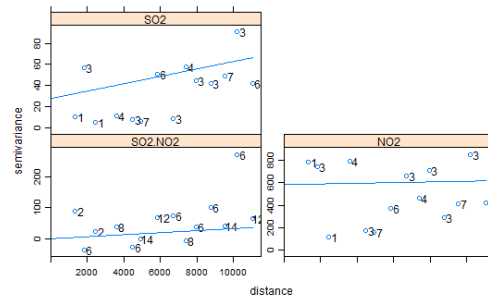
Exponential



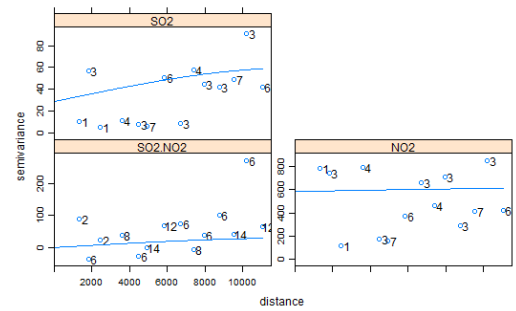
Gaussian

## Lanjutan Lampiran 10 (4)

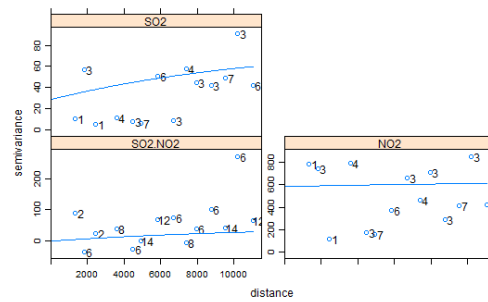
September



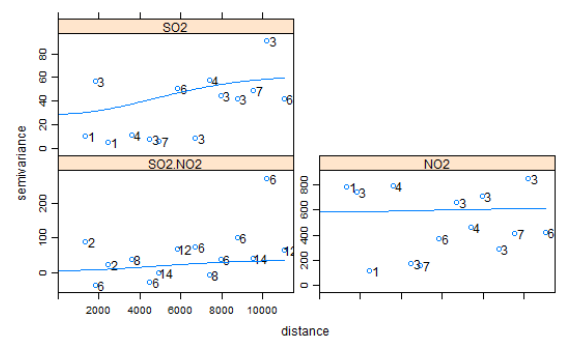
Linier



Spherical

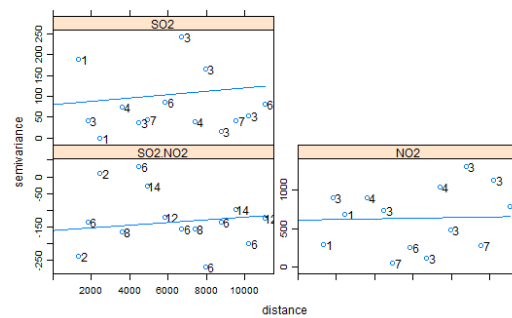


Exponential

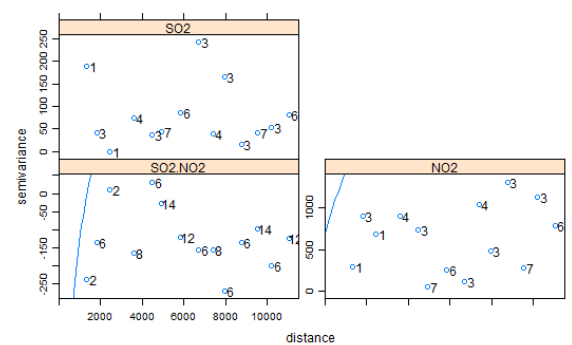


Gaussian

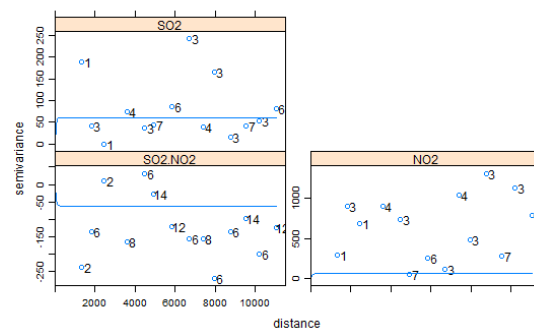
Oktober



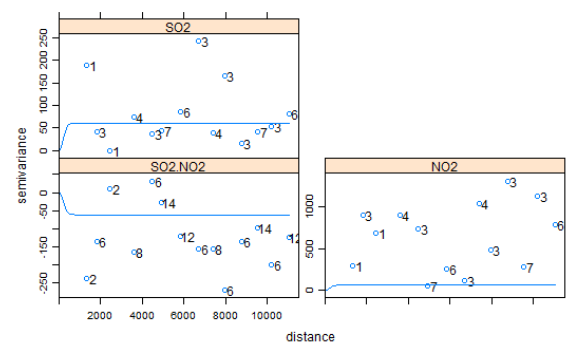
Linier



Spherical

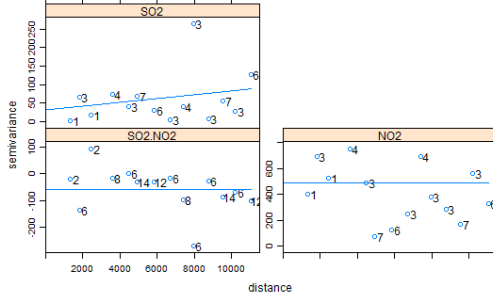
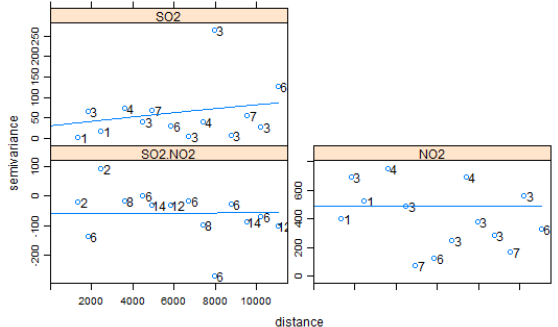
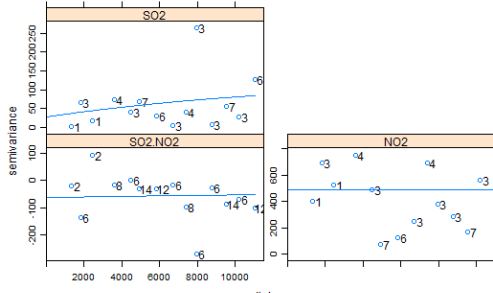
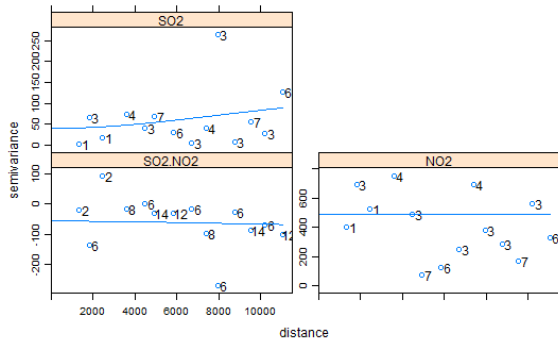
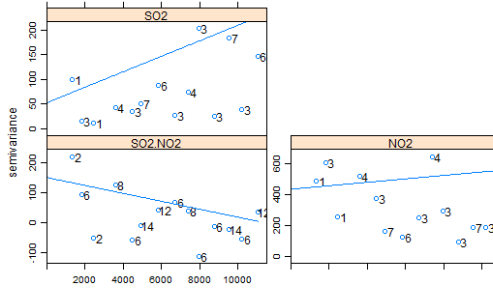
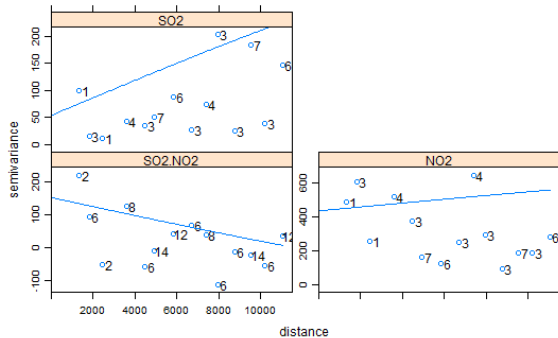
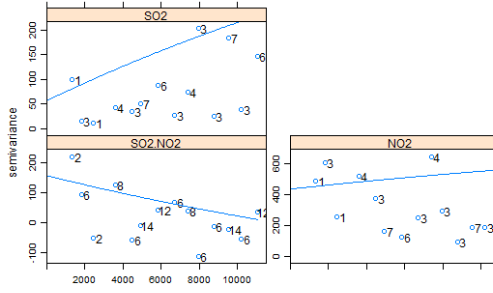
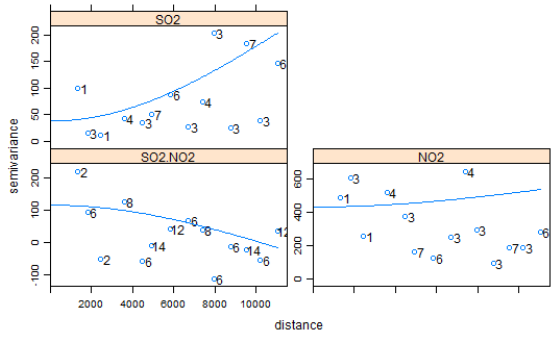


Exponential

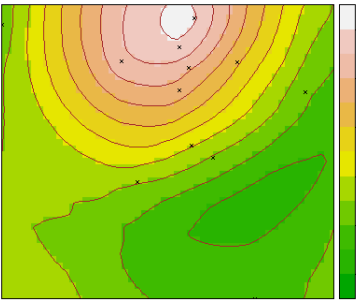
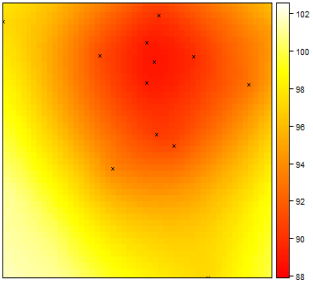
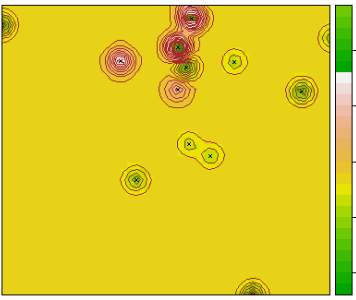
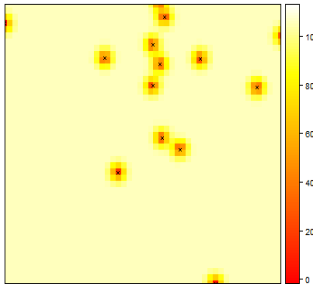
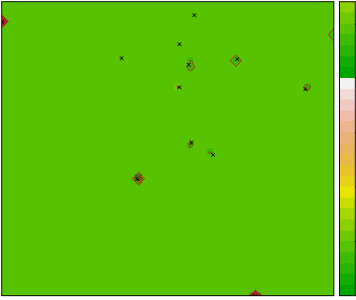
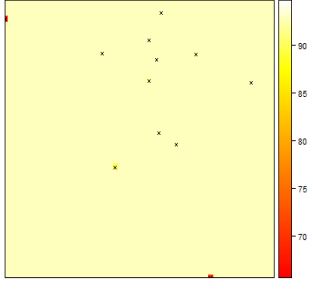
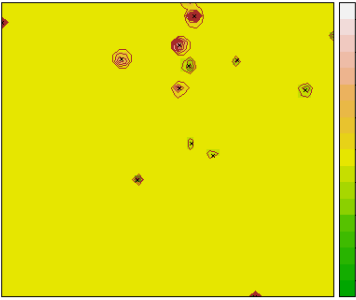
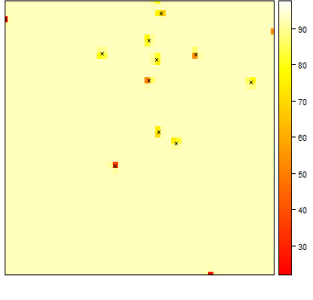


Gaussian

## Lanjutan Lampiran 10 (5)

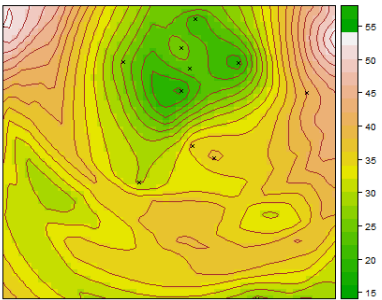
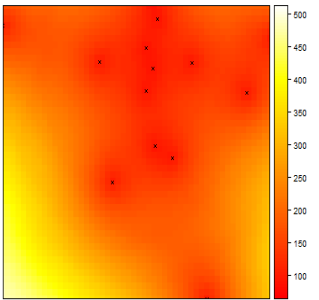
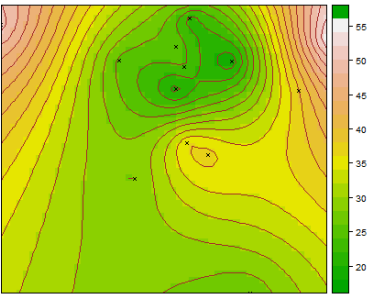
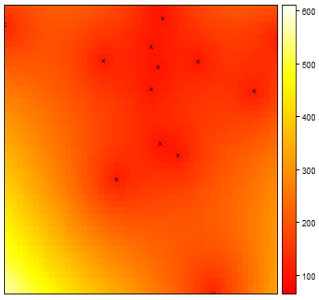
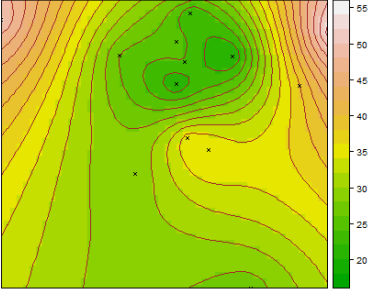
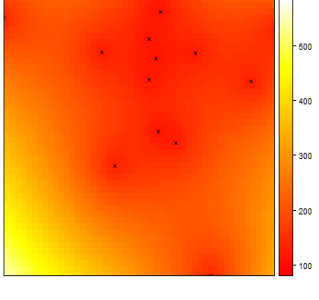
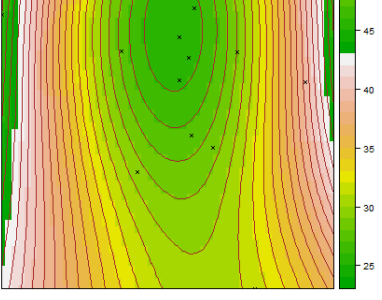
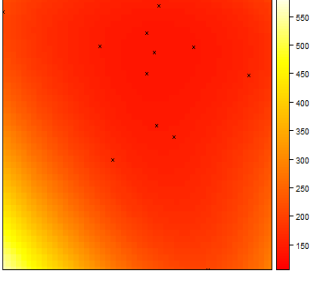
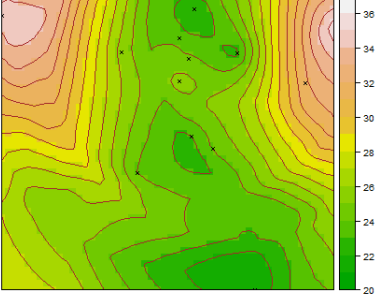
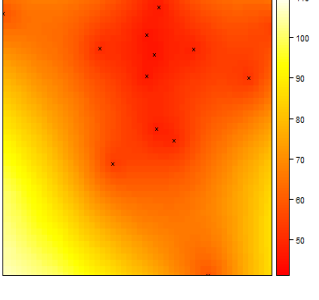
November		
	Linier	Spherical
		
	Exponential	Gaussian
Desember		
	Linier	Spherical
		
	Exponential	Gaussian

**Lampiran 11 : Estimasi dan Varians *Ordinary Kriging* Konsentrasi SO<sub>2</sub>**

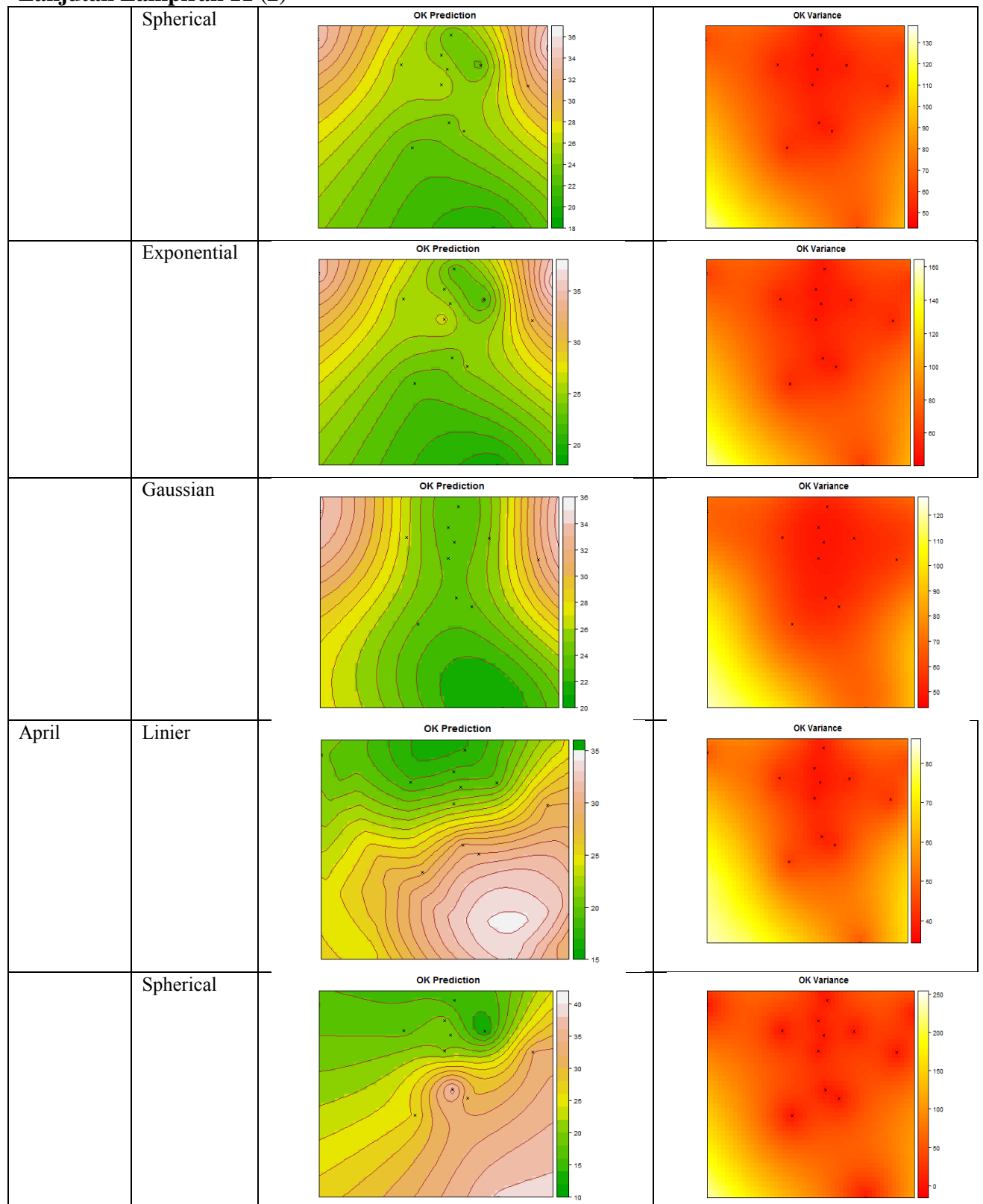
Bulan	Model	Estimasi	Varians
Januari	Linier	<p>OK Prediction</p> 	<p>OK Variance</p> 
	Spherical	<p>OK Prediction</p> 	<p>OK Variance</p> 
	Exponential	<p>OK Prediction</p> 	<p>OK Variance</p> 
	Gaussian	<p>OK Prediction</p> 	<p>OK Variance</p> 



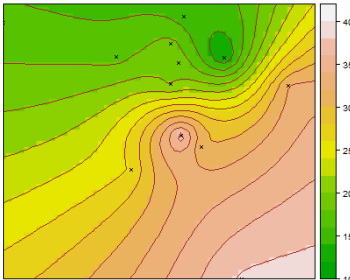
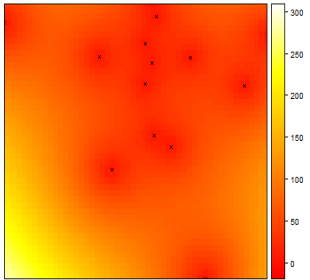
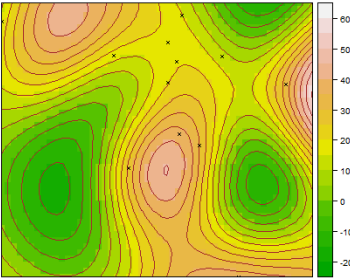
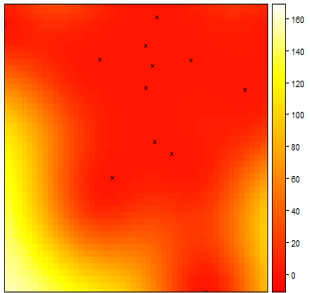
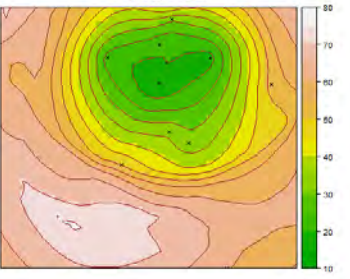
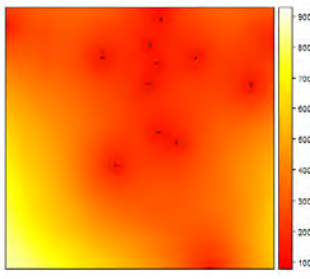
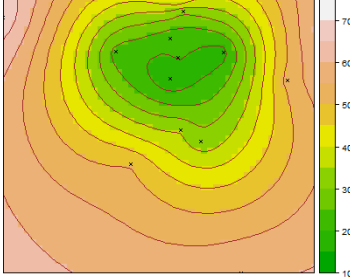
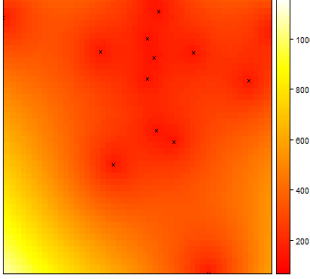
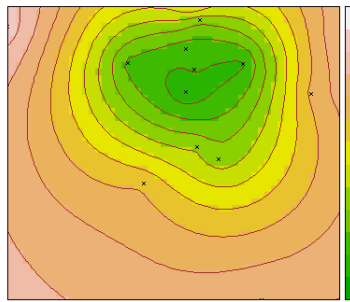
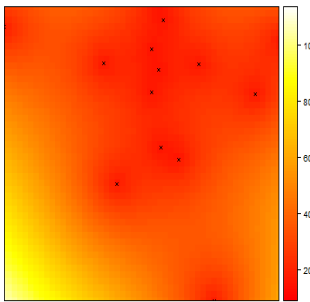
## Lanjutan Lampiran 11 (1)

Februari	Linier		
	Spherical		
	Exponential		
	Gaussian		
Maret	Linier		

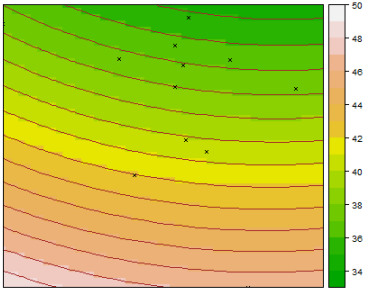
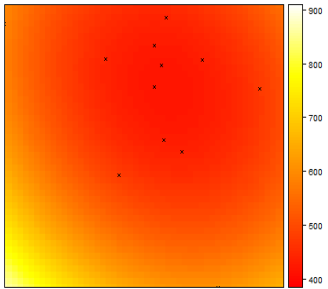
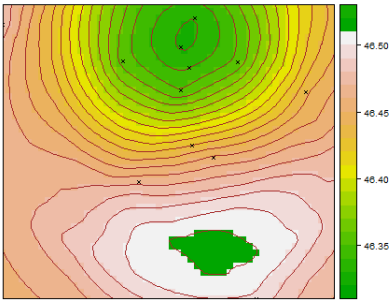
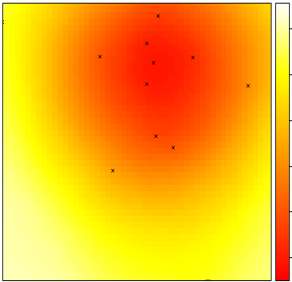
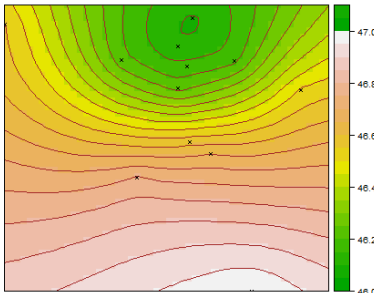
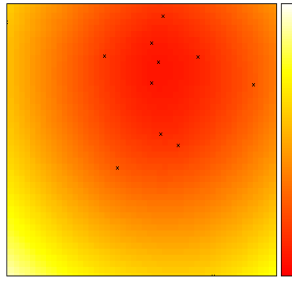
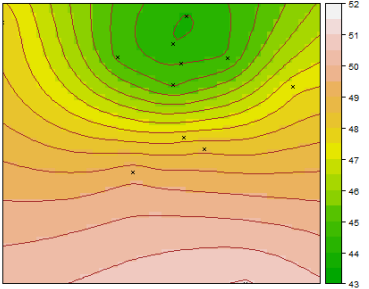
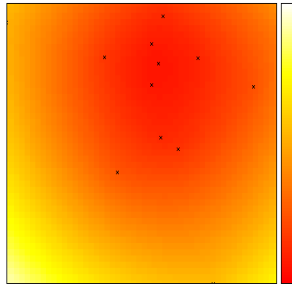
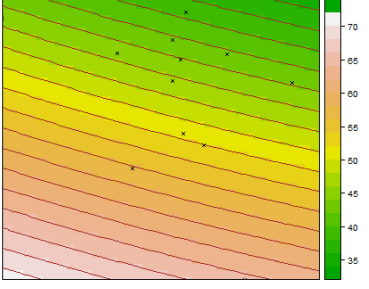
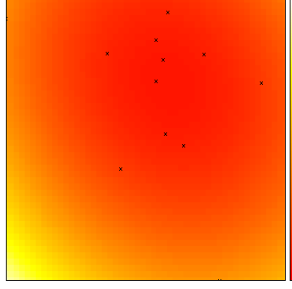
## Lanjutan Lampiran 11 (2)



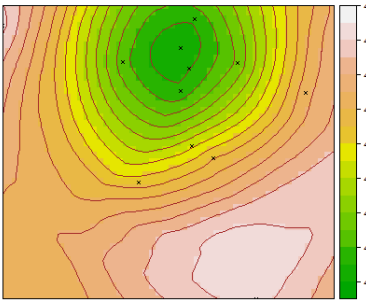
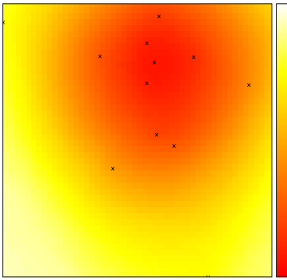
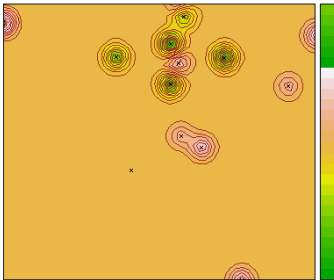
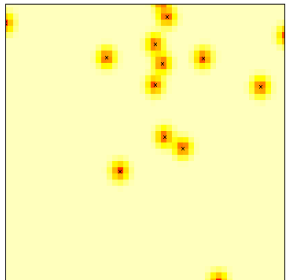
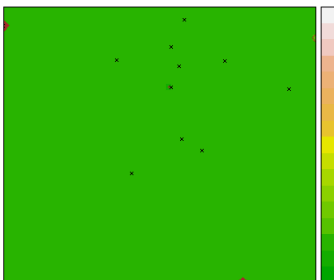

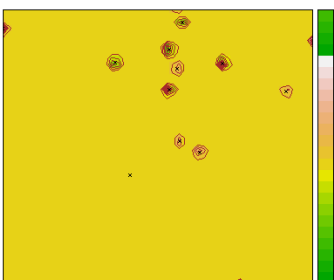
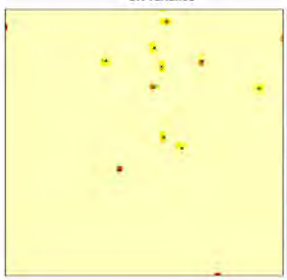
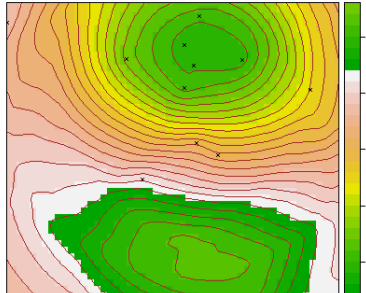
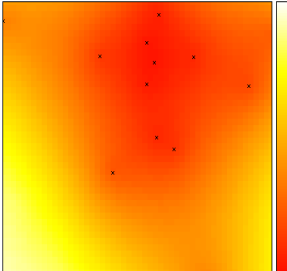
### Lanjutan Lampiran 11 (3)

	Exponential		
	Gaussian		
Mei	Linier		
	Spherical		
	Exponential		

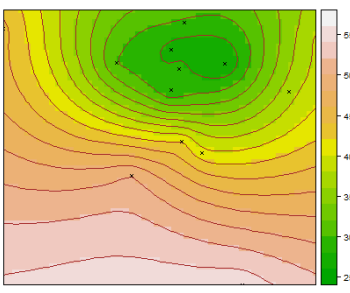
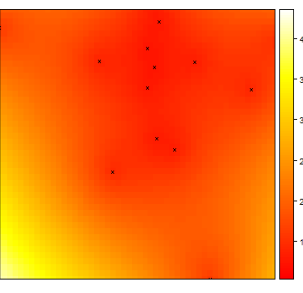
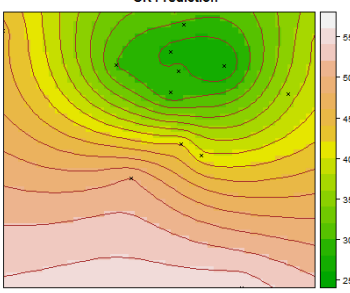
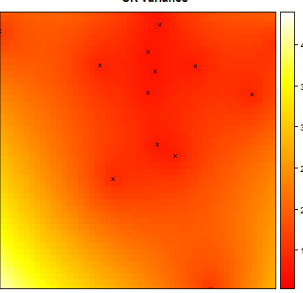
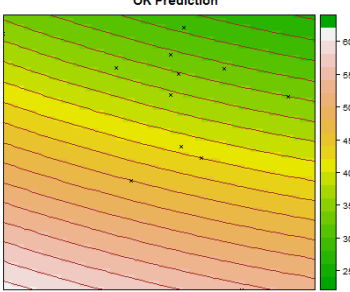
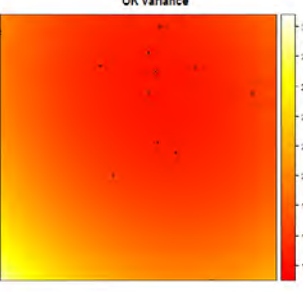
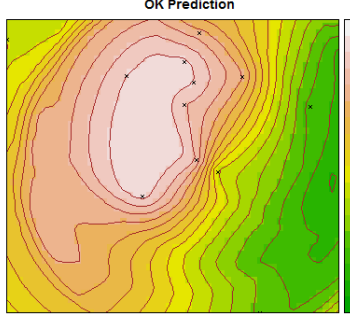
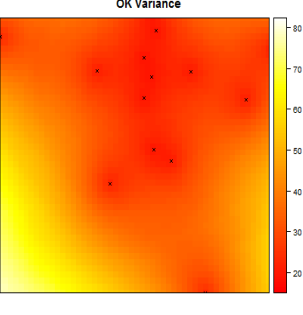
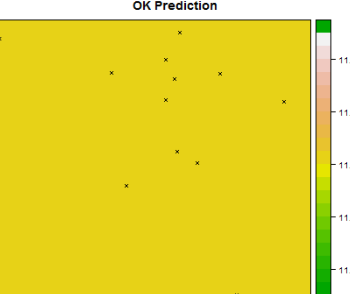
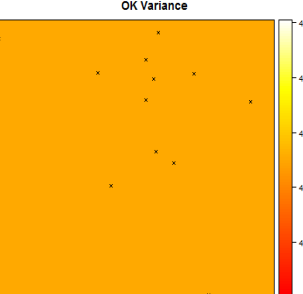
## Lanjutan Lampiran 11 (4)

	Gaussian		
Juni	Linier		
	Spherical		
	Exponential		
	Gaussian		

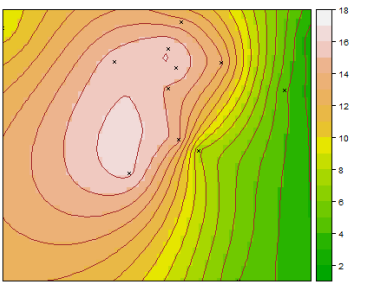
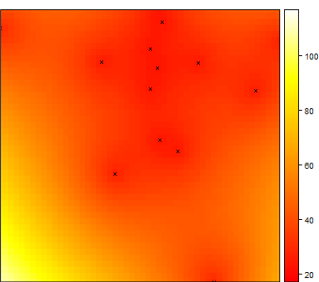
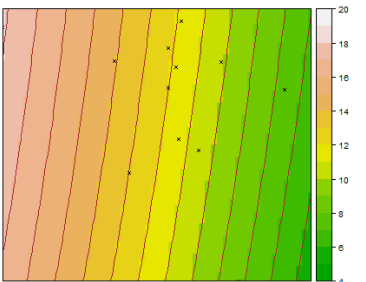
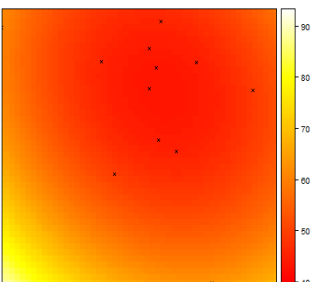
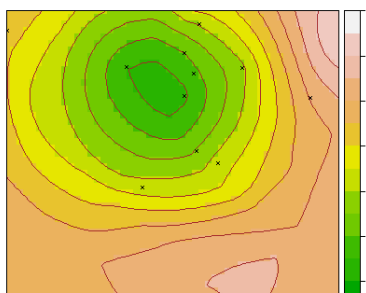
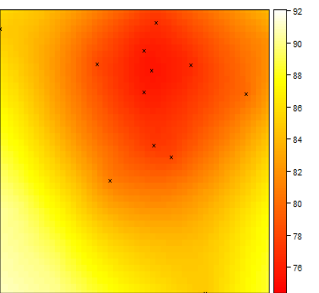
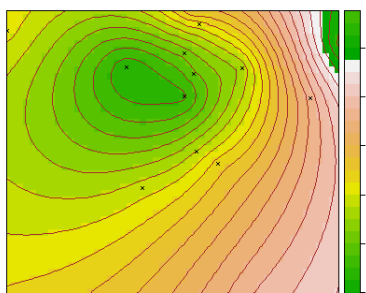
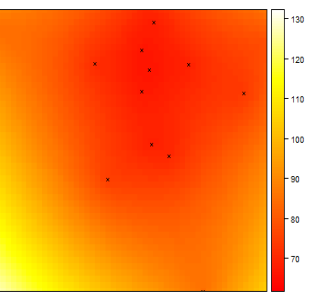
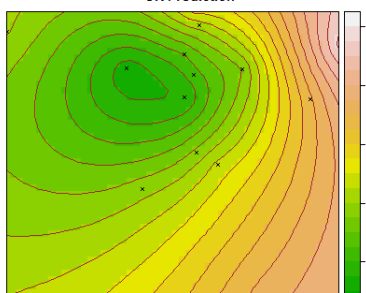
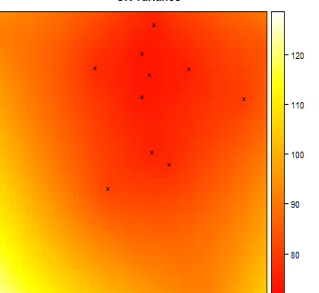
### Lanjutan Lampiran 11 (5)

Juli	Linier		
	Spherical		
	Exponential		
	Gaussian		
Agustus	Linier		

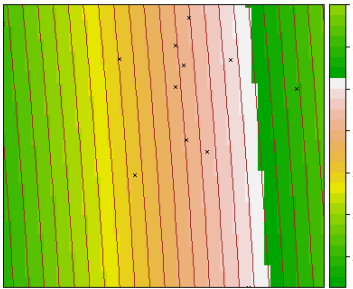
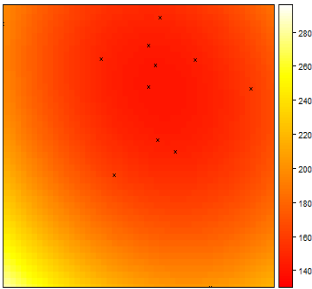
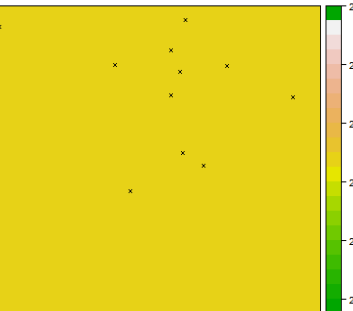
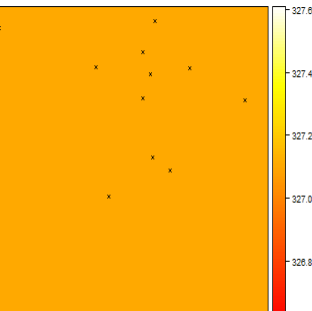
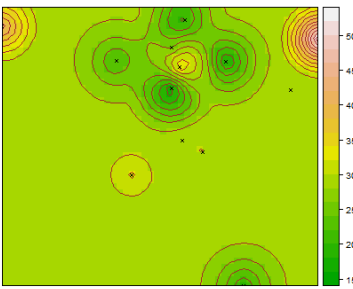
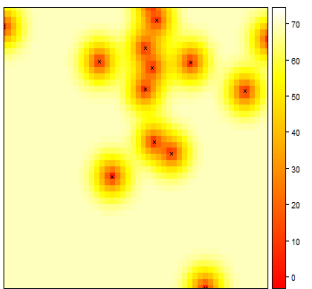
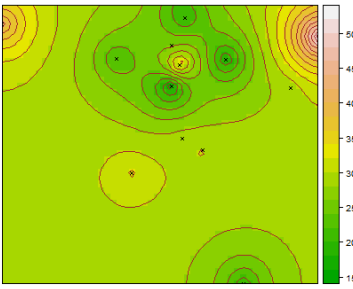
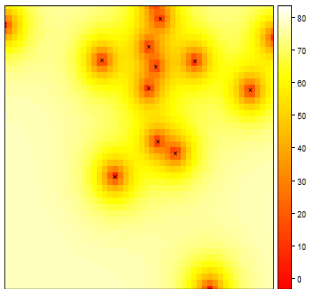
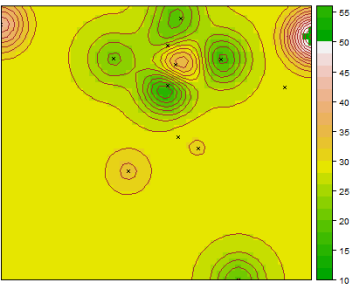
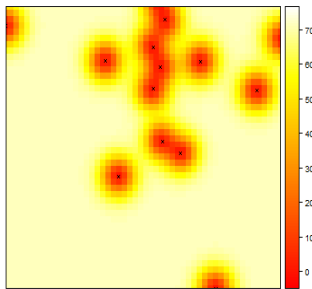
## Lanjutan Lampiran 11 (6)

	Spherical		
	Exponential		
	Gaussian		
September	Linier		
	Spherical		

## Lanjutan Lampiran 11 (7)

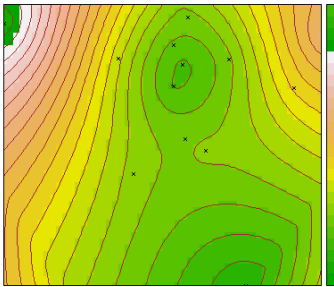
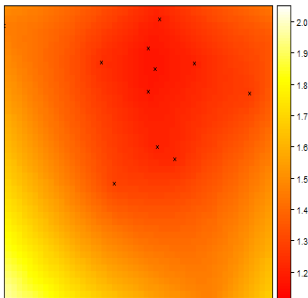
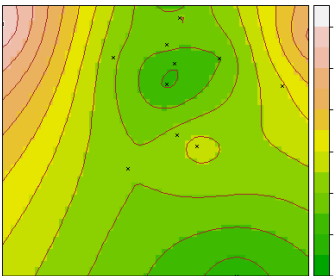
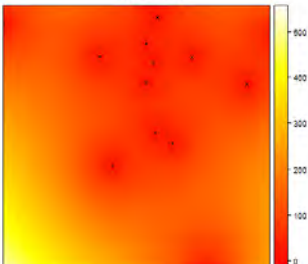
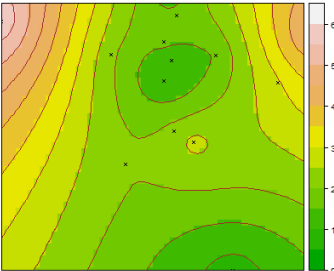
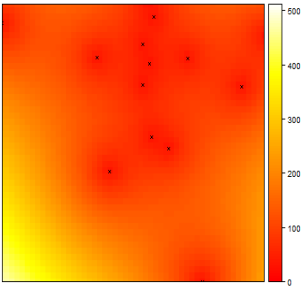
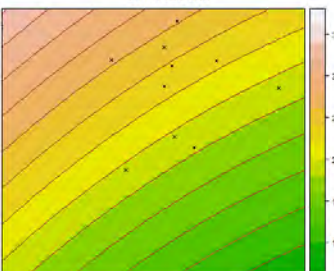
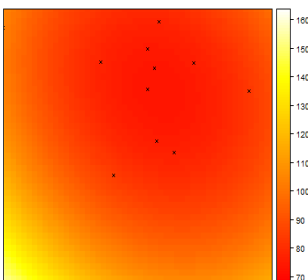
	Exponential		
	Gaussian		
Oktober	Linier		
	Spherical		
	Exponential		

### Lanjutan Lampiran 11 (8)

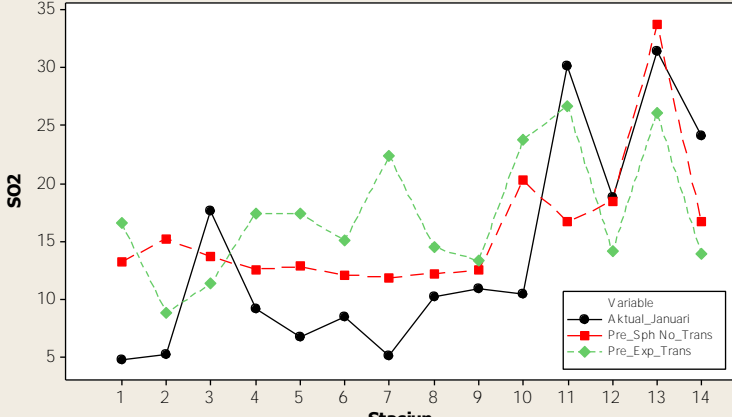
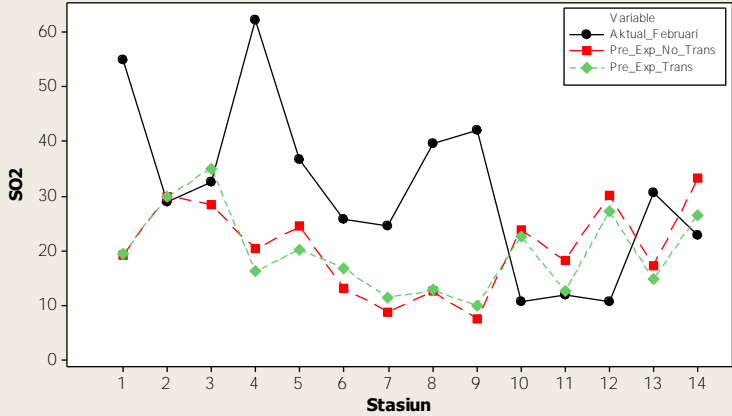
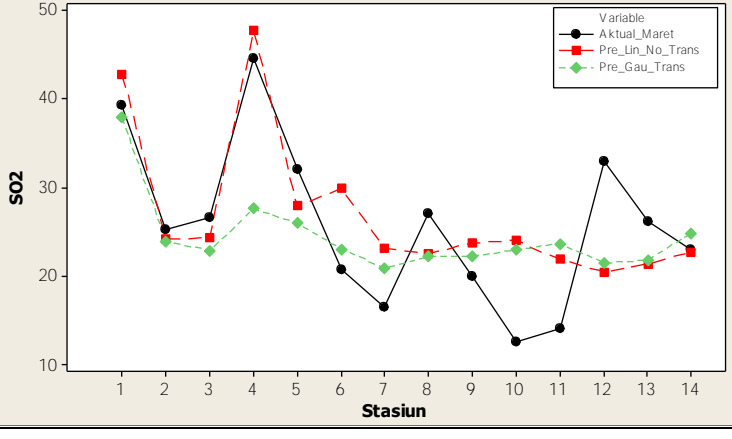
	Gaussian		
November	Linier		
	Spherical		
	Exponential		
	Gaussian		



## Lanjutan Lampiran 11 (9)

Desember	Linier		
	Spherical		
	Exponential		
	Gaussian		

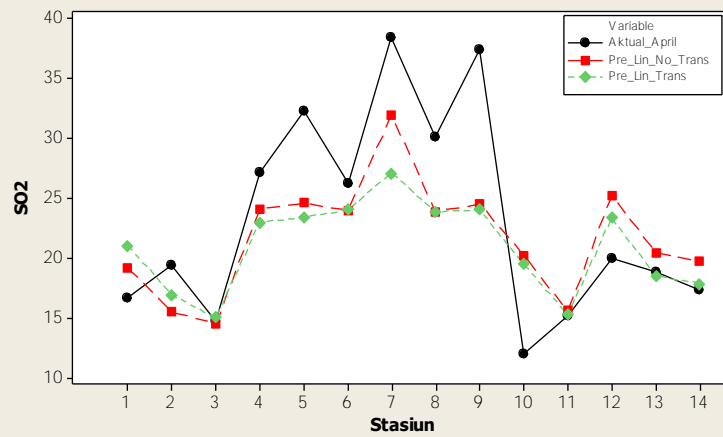
**Lampiran 12 :** Scatterplot Nilai Aktual dengan Estimasi Model Terbaik *Cross Validation* Data Tanpa Transformasi dengan Data Transformasi Logaritma Natural.

Bulan	Scatterplot
Januari	<p data-bbox="480 421 1189 472"><b>Scatterplot Nilai Aktual Januari dengan Estimasi Model Terbaik Data Tanpa Transformasi dengan Data Transformasi Logaritma Natural</b></p> 
Februari	<p data-bbox="480 931 1189 983"><b>Scatterplot Nilai Aktual Februari dengan Estimasi Model Terbaik Data Tanpa Transformasi dengan Data Transformasi Logaritma Natural</b></p> 
Maret	<p data-bbox="480 1442 1189 1494"><b>Scatterplot Nilai Aktual Maret dengan Estimasi Model Terbaik Data Tanpa Transformasi dengan Data Transformasi Logaritma Natural</b></p> 

## Lanjutan Lampiran 12 (1)

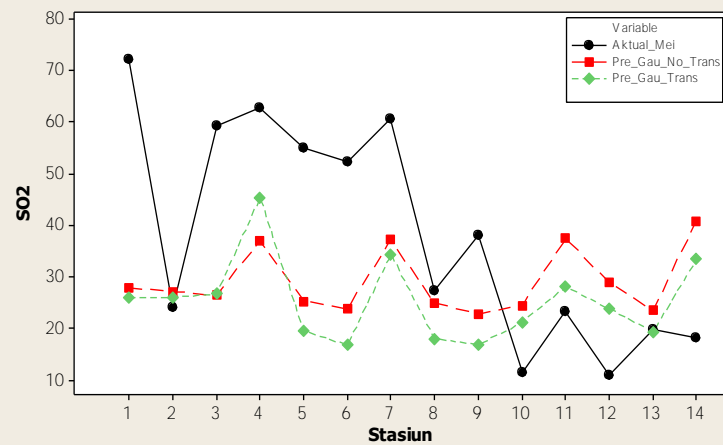
April

**Scatterplot Nilai Aktual April dengan Estimasi Model Terbaik  
Data Tanpa Transformasi dengan Data Transformasi Logaritma Natural**



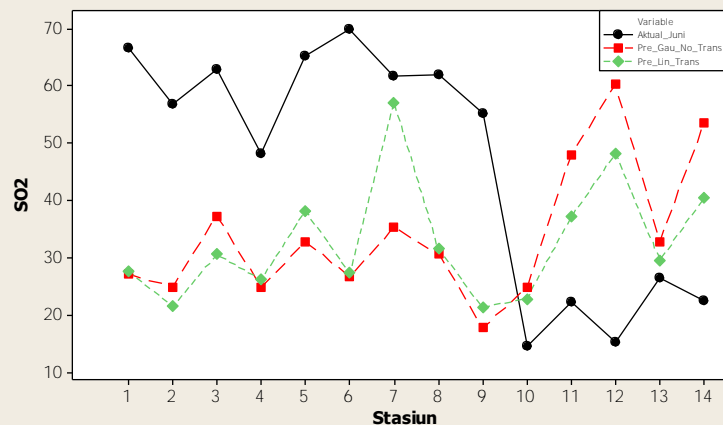
Mei

**Scatterplot Nilai Aktual Mei dengan Estimasi Model Terbaik  
Data Tanpa Transformasi dengan Data Transformasi Logaritma Natural**

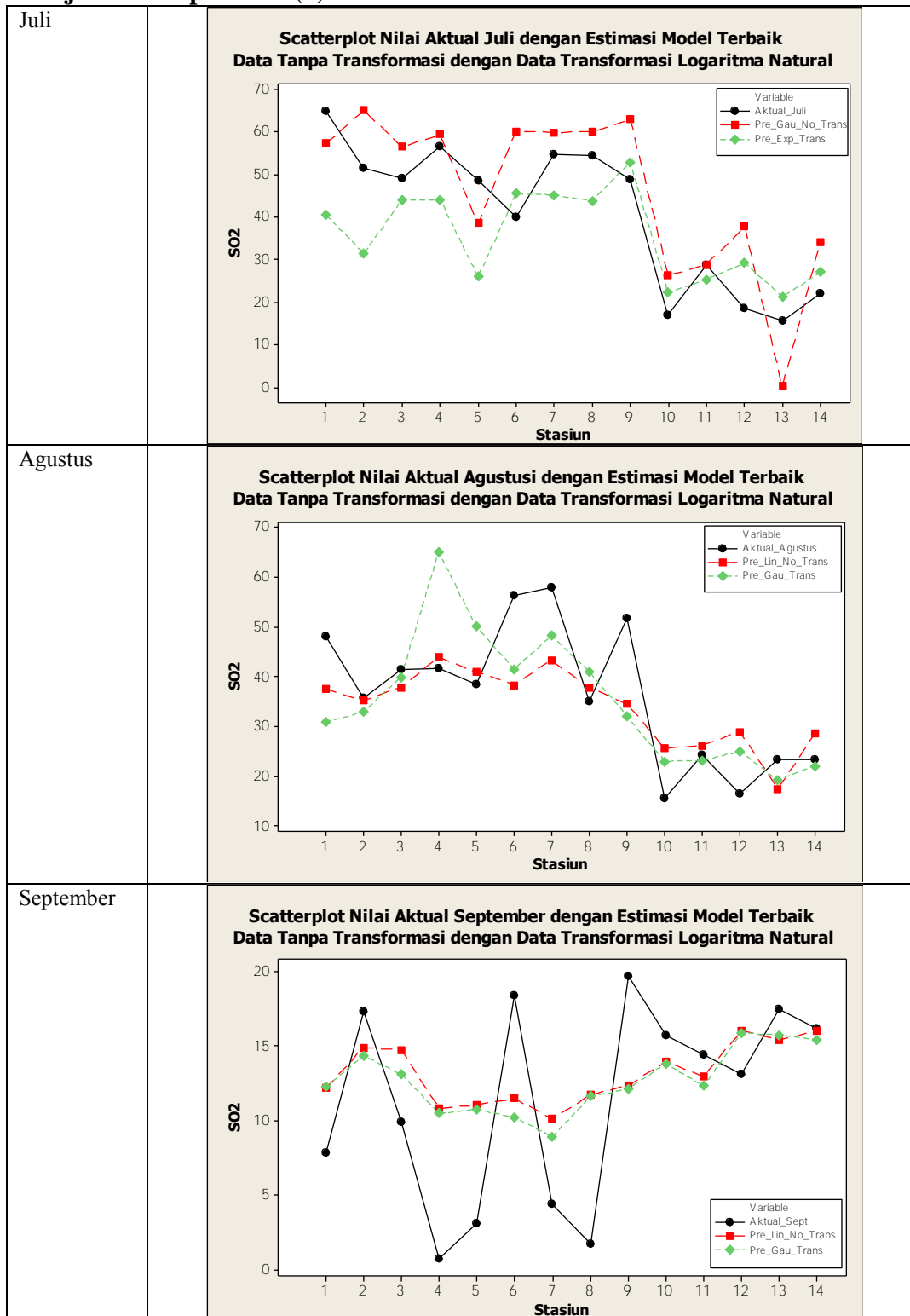


Juni

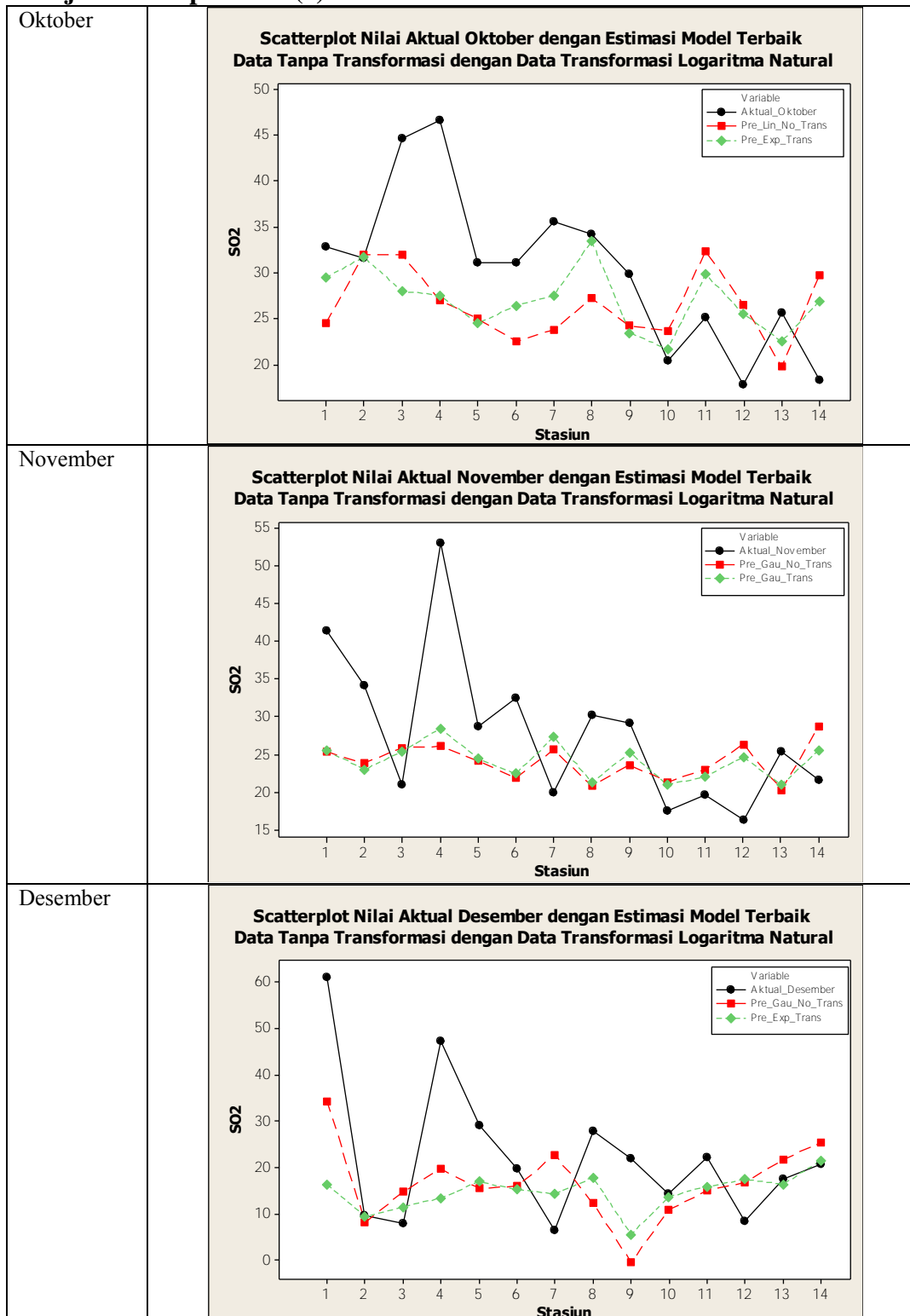
**Scatterplot Nilai Aktual Juni dengan Estimasi Model Terbaik  
Data Tanpa Transformasi dengan Data Transformasi Logaritma Natural**



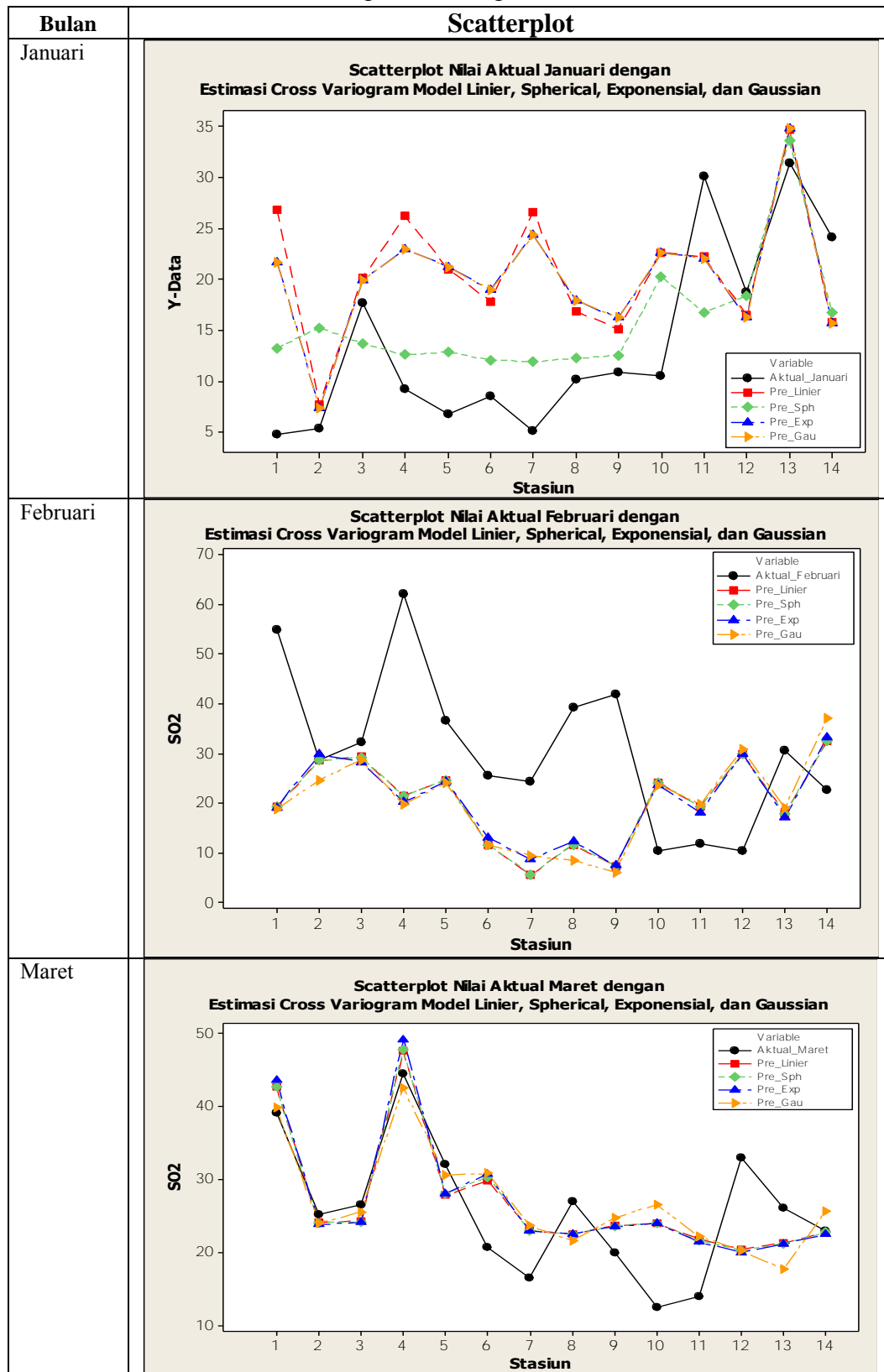
## Lanjutan Lampiran 12 (2)



### Lanjutan Lampiran 12 (3)



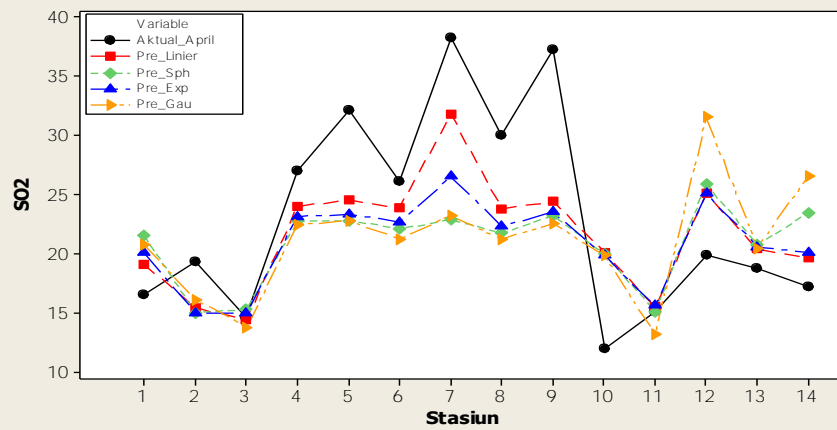
**Lampiran 13 : Scatterplot Nilai Aktual dengan Estimasi Hasil Cross Validation Model Linier, Spherical, Exponensial, dan Gaussian**



## Lanjutan Lampiran 13 (1)

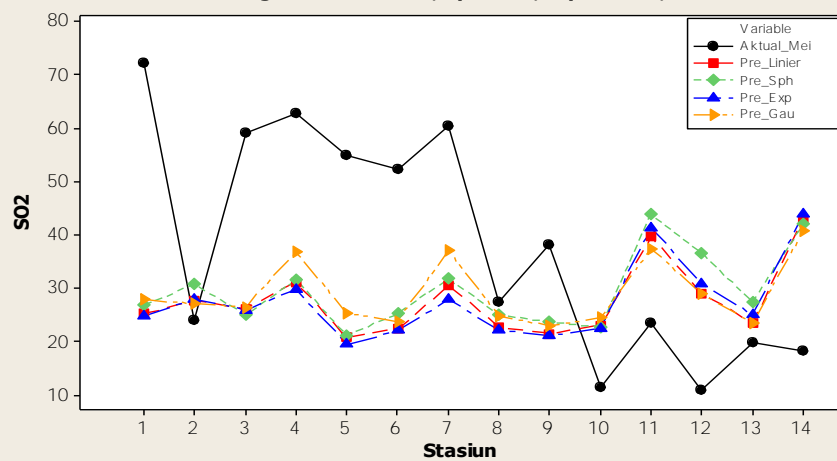
April

**Scatterplot Nilai Aktual April dengan  
Estimasi Cross Variogram Model Linier, Spherical, Exponensial, dan Gaussian**



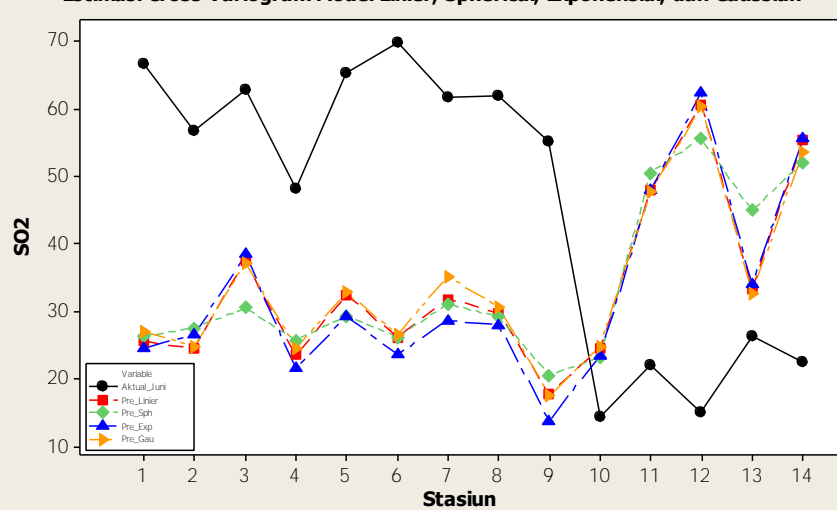
Mei

**Scatterplot Nilai Aktual Mei dengan  
Estimasi Cross Variogram Model Linier, Spherical, Exponensial, dan Gaussian**

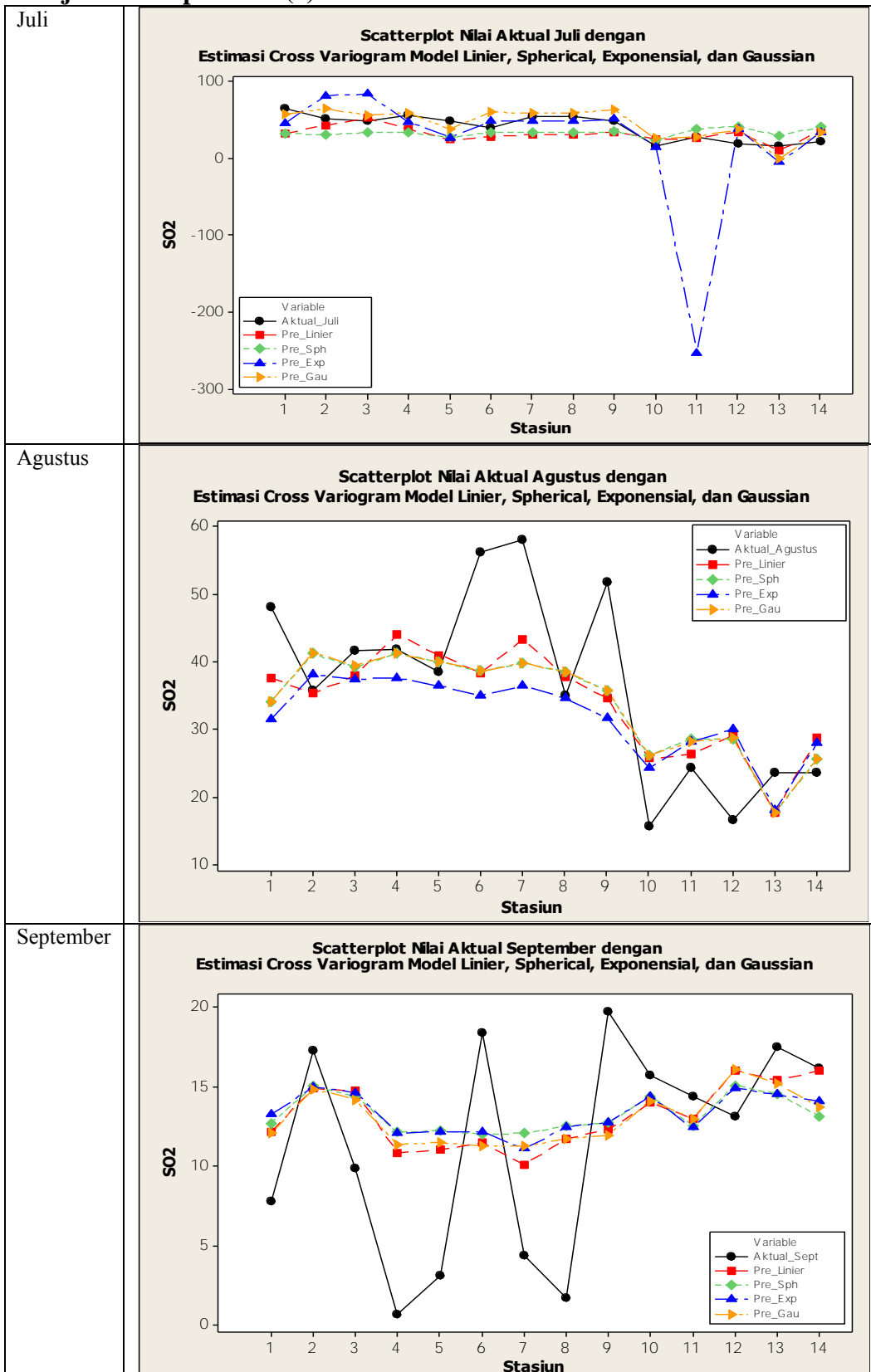


Juni

**Scatterplot Nilai Aktual Juni dengan  
Estimasi Cross Variogram Model Linier, Spherical, Exponensial, dan Gaussian**

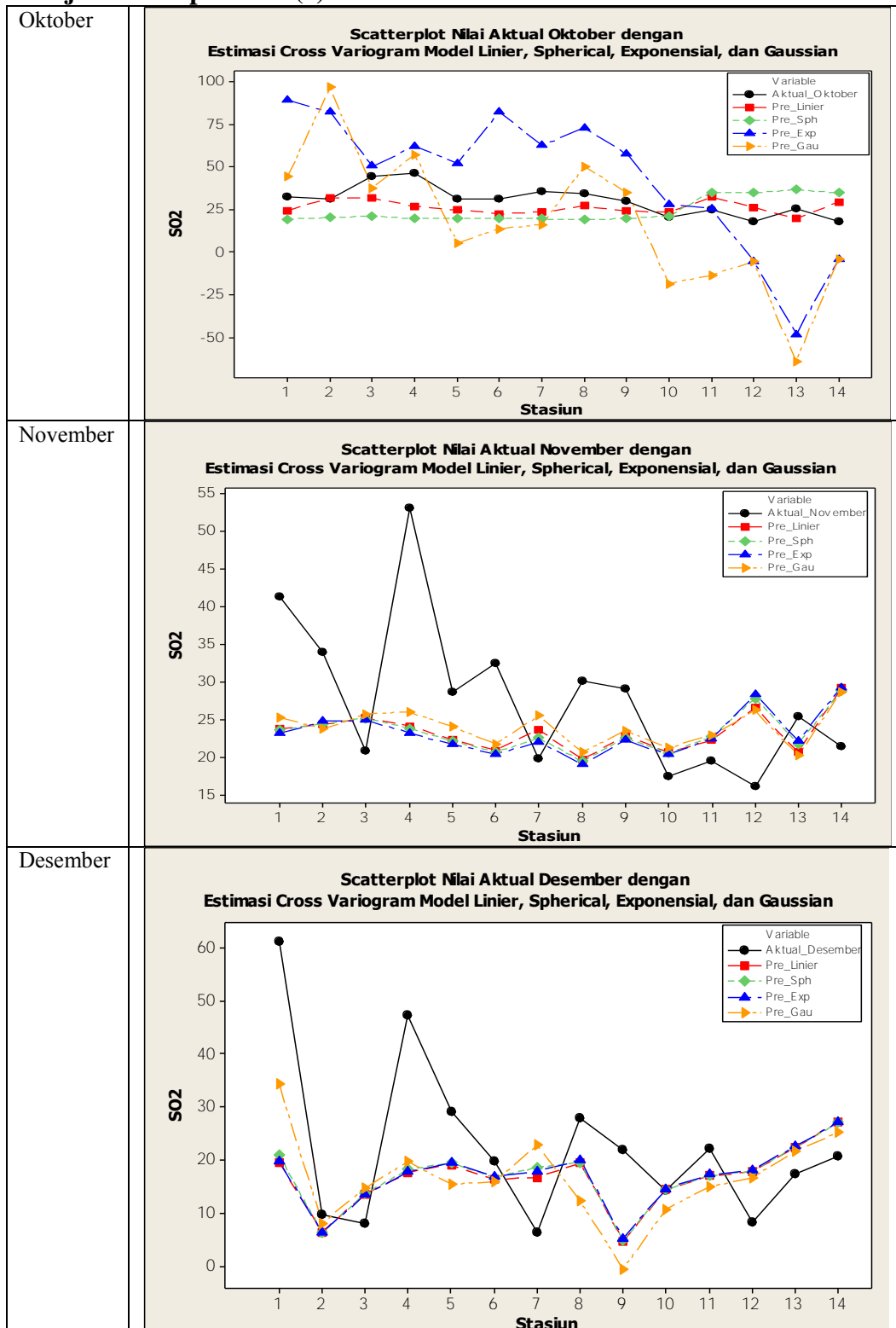


## Lanjutan Lampiran 13 (2)

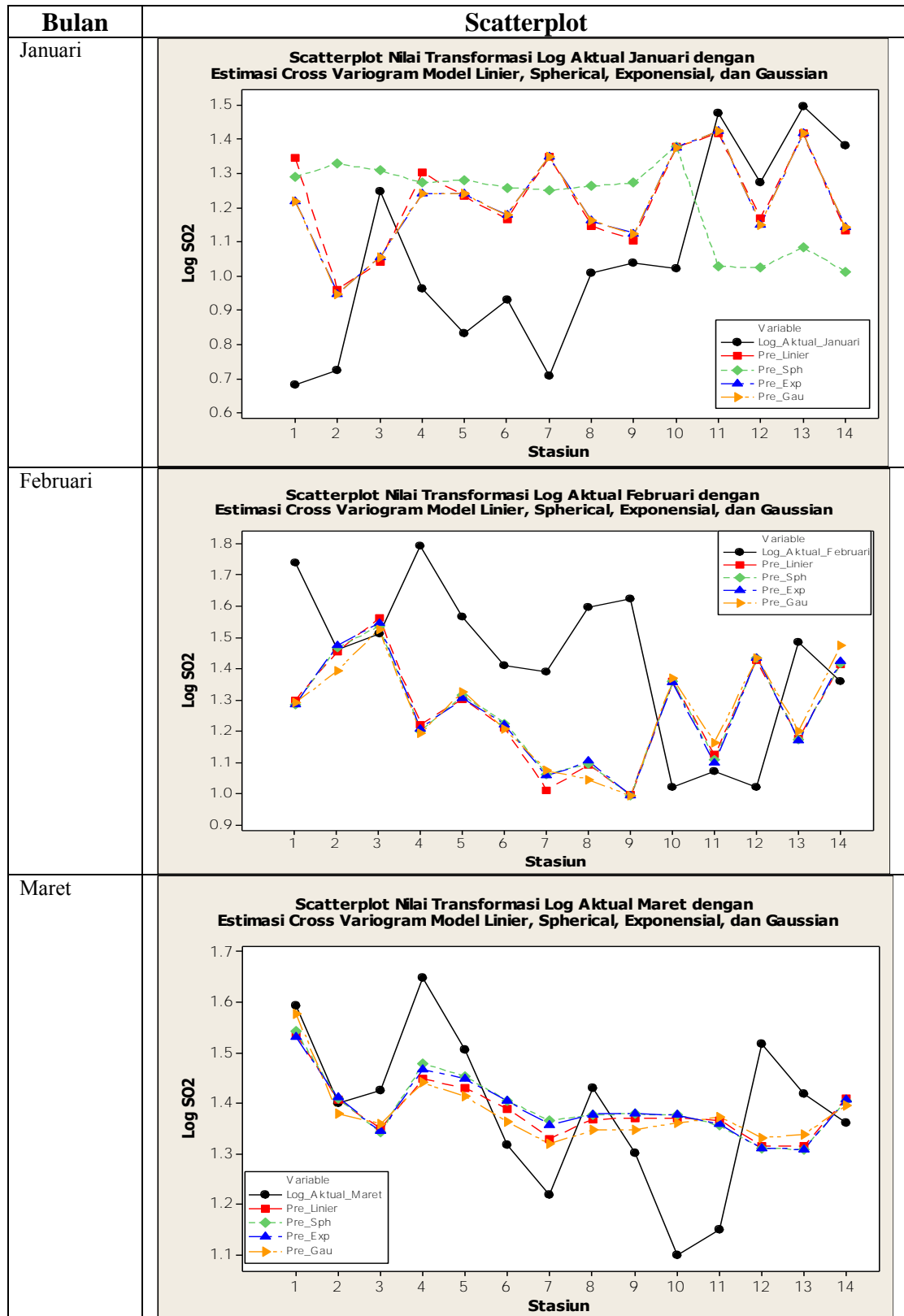




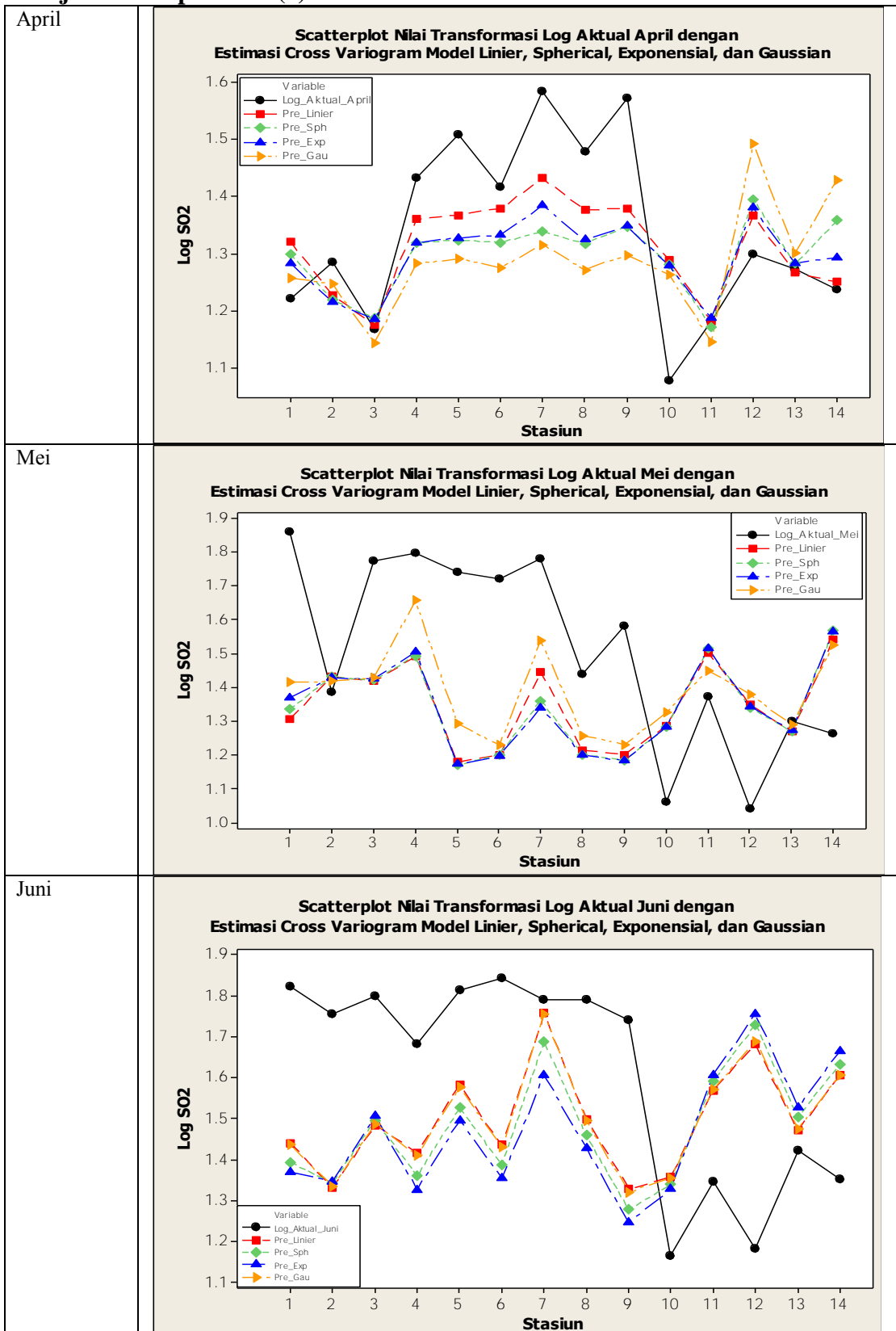
### Lanjutan Lampiran 13 (3)



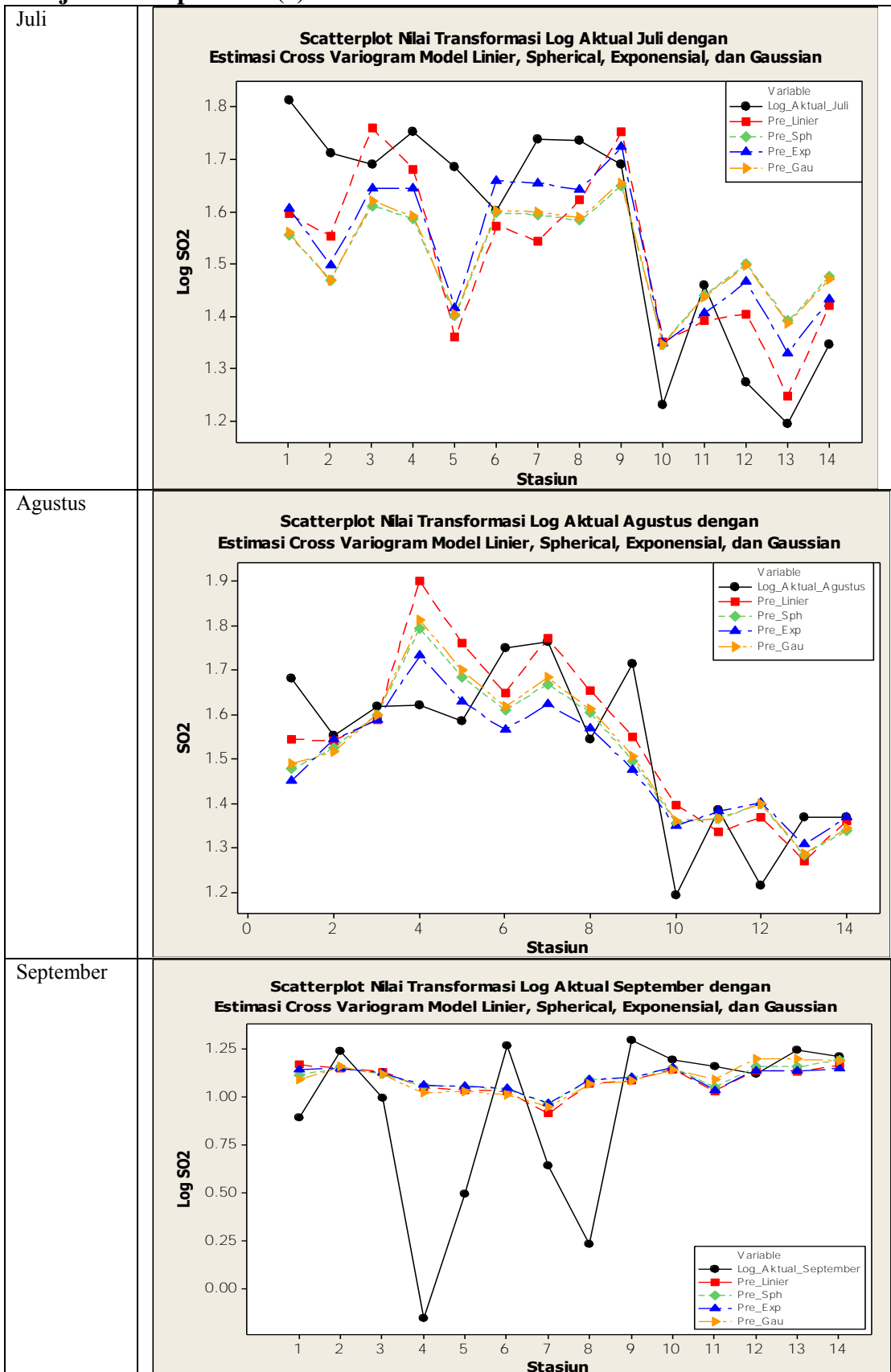
**Lampiran 14 :** Scatterplot Nilai Transformasi Log Aktual dengan Estimasi Hasil Cross Validation Model Linier, Spherical, Exponensial, dan Gaussian.



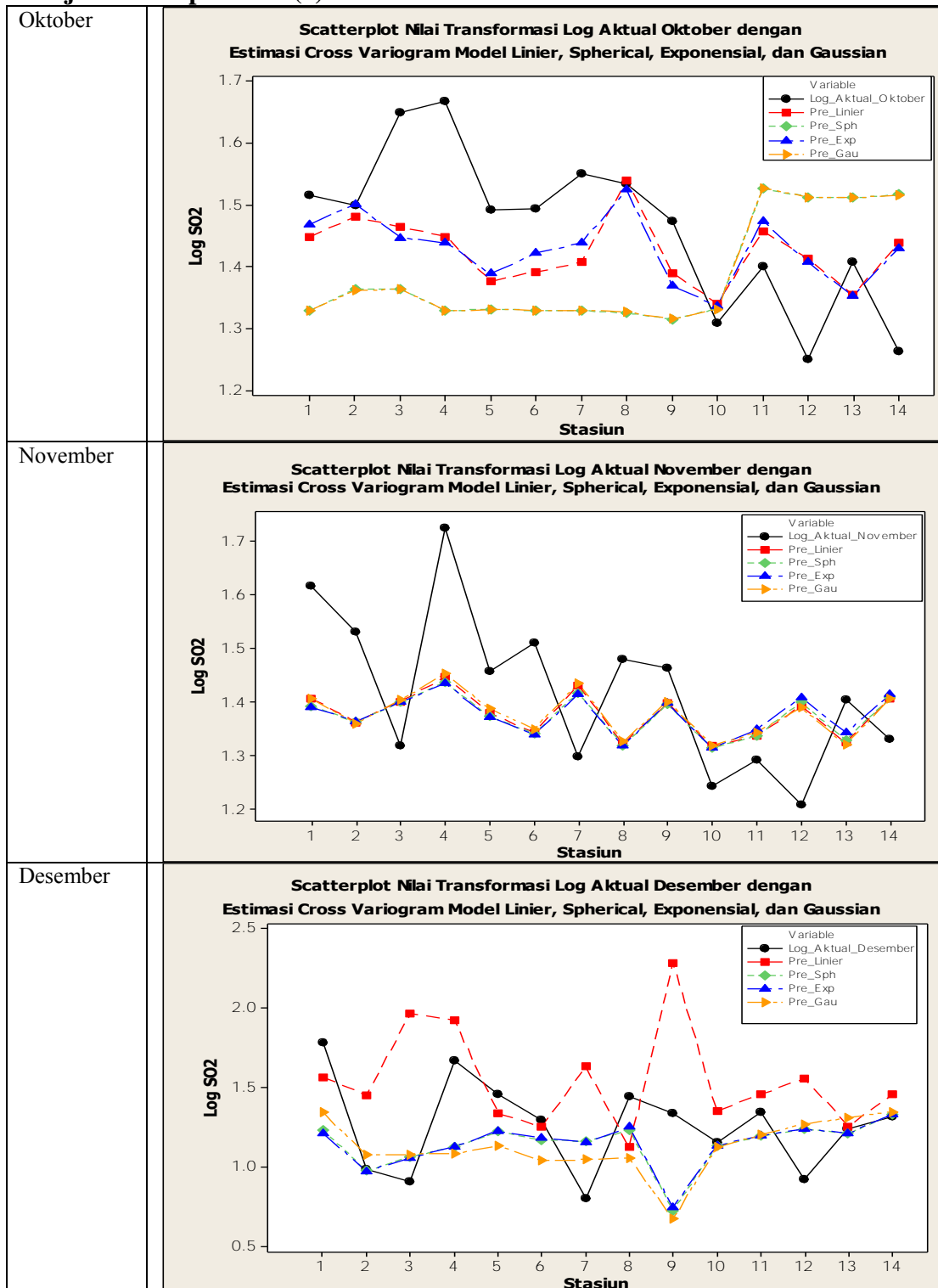
## Lanjutan Lampiran 14 (1)



## Lanjutan Lampiran 14 (2)



### Lanjutan Lampiran 14 (3)



## Lampiran 15 : Program R untuk untuk Membuat Peta Kontur *Ordinary* Kriging (contoh data bulan April model Linier)

```
#Start R:
#Load in the text file, and coerce to format that gstat can use.
## load some libraries first:
library(gstat)

# Matrix
x<-c(688400.7,702752.4,702716.9,714062.2,711695.2,698825.5,
707868.0,704614.5,702947.3,706482.1,703172.7,702046.9,702058.2,
697626.8)
y<-c(9321015.8,9317772.3,9322793.1,9320000.8,9315857.0,9308985.
8,9300046.5,9310894.5,9311786.4,9318194.7,9321524.2,9315998.1,
9319316.0,9318225.1)
SO2<-c(16.65,19.35,14.75,27.10,32.20,26.15,38.35,30.05,37.30,
12.00,15.20,19.90,18.80,17.30)
NO2<-c(18.20,8.00,24.60,17.45,11.50,10.95,8.75,9.20,32.20,27.30,
30.90,35.60,49.60,42.10)
mat<-matrix(c(x,y,SO2,NO2),ncol=4,byrow=F)

# data.frame
april<-data.frame(x,y,SO2,NO2)

# save data.frame
write.table(april,"test.txt",row.names=F,col.names=F)
print(april)
str(april)

april.SO2<-data.frame(x,y,SO2,NO2)
april.SO2 <- cbind(april.SO2)
str(april.SO2)

# save data.frame
write.table(april.SO2,"test.txt",row.names=F,col.names=F)
print(april.SO2)
str(april.SO2)

## gstat does not like missing data, subset original data:
e <- na.omit(april.SO2)

## convert simple data frame into a spatial data frame object:
coordinates(e) <- ~ x+y

## test result with simple bubble plot:
bubble(e, zcol='SO2', fill=FALSE, do.sqrt=FALSE, maxsize=2)

## create a grid onto which we will interpolate:
## first get the range in data
x.range <- as.integer(range(e@coords[,1]))
y.range <- as.integer(range(e@coords[,2]))

## now expand to a grid with 500 meter spacing:
grd <- expand.grid(x=seq(from=x.range[1], to=x.range[2], by=500),
y=seq(from=y.range[1], to=y.range[2], by=500) )

## convert to SpatialPixel class
coordinates(grd) <- ~ x+y
gridded(grd) <- TRUE

## test it out:
plot(grd, cex=0.5)
points(e, pch=1, col='red', cex=0.7)
title("Interpolation Grid and Sample Points")

#Create GSTAT Objects:
#Make some diagnostic plots, model variogram, check for anisotropy, etc.
## make gstat object:
g <- gstat(id="SO2", formula=SO2 ~ 1, data=e)

## the original data had a large north-south trend, check with a variogram map
plot(variogram(g, map=TRUE, cutoff=6000, width=9000), threshold=10)

#####
## Linier ##
## another approach:
# variogram cloud
v.SO2.c <- variogram(SO2 ~ 1, data=e, cloud=T)
# experimental variogram
v.SO2 <- variogram(SO2 ~ 1, data=e, width=200)
```

## Lanjutan Lampiran 15

```
plot(v.SO2, pl=T)

# estimate variogram model form and parameters by eye
m.SO2.Lin <- vgm(41.34,"Lin",14360.38,29.08015)
plot(v.SO2, pl=T, model=m.SO2.Lin)
# fit model parameters by weighted least-squares
(m.SO2.Lin.f <- fit.variogram(v.SO2, m.SO2.Lin))
plot(v.SO2, pl=T, model=m.SO2.Lin.f)
rm(v.SO2.c)

## update the gstat object:
g <- gstat(g, id="SO2", model=m.SO2.Lin.f )

#Perform OK and View Results:
#Examples using standard and lattice graphics.
## perform ordinary kriging prediction:
p <- predict(g, model=m.SO2.Lin.f, newdata=grd)

## visualize it:

## base graphics
par(mar=c(2,2,2,2))
image(p, col=terrain.colors(20))
contour(p, add=TRUE, drawlabels=FALSE, col='brown')
points(e, pch=4, cex=0.5)
title('OK Prediction')

## lattice graphics
## alternatively plot quantiles with
## ..col.regions=terrain.colors(6), cuts=quantile(p$SO2.pred)..
pts <- list("sp.points", e, pch = 4, col = "black", cex=0.5)
spplot(p, zcol="SO2.pred", col.regions=terrain.colors(20), cuts=19,
sp.layout=list(pts), contour=TRUE, labels=FALSE, pretty=TRUE, col='brown',
main='OK Prediction')

## plot the kriging variance as well
spplot(p, zcol='SO2.var', col.regions=heat.colors(100), cuts=99, main='OK
Variance', sp.layout=list(pts))
```

## Lampiran 16 : Program R untuk Cross Validasi (contoh data bulan September)

```
setwd("E:\\peta\\Jakarta_Banten")
library(car)
library(spdep)

# Matrix
x<-c(688400.7,702752.4,702716.9,714062.2,711695.2,698825.5,
707868.0,704614.5,702947.3,706482.1,703172.7,702046.9,702058.
2,697626.8)
y<-c(9321015.8,9317772.3,9322793.1,9320000.8,9315857.0,9308985.8,
9300046.5,9310894.5,9311786.4,9318194.7,9321524.2,9315998.1,
9319316.0,9318225.1)
SO2<-c(7.80,17.30,9.90,0.70,3.10,18.40,4.40,1.70,19.70,15.70,
14.40,13.10,17.50,16.20)
NO2<-c(11.50,2.30,0.90,5.80,3.30,1.80,1.80,16.40,13.10,43.50,
40.50,42.30,55.80,47.70)
mat<-matrix(c(x,y,SO2,NO2),ncol=4,byrow=F)

# data.frame
september<-data.frame(x,y,SO2,NO2)

# save data.frame
write.table(september,"test.txt",row.names=F,col.names=F)
print(september)
str(september)

library(rgdal)
library(maptools)
library(gstat)
library(sp)
library(lattice)

# display histogram
d=september$SO2
h<-hist(d, breaks=10, density=10, col="blue", xlab="SO2", main="Histogram of SO2")
xfit<-seq(min(d),max(d),length=40)
yfit<-dnorm(xfit,mean=mean(d),sd=sd(d))
yfit <- yfit*diff(h$mids[1:2])*length(d)
lines(xfit, yfit, col="black", lwd=2)

d=september$NO2
h<-hist(d, breaks=10, density=10, col="blue", xlab="NO2", main="Histogram of NO2")
xfit<-seq(min(d),max(d),length=40)
yfit<-dnorm(xfit,mean=mean(d),sd=sd(d))
yfit <- yfit*diff(h$mids[1:2])*length(d)
lines(xfit, yfit, col="black", lwd=2)

qqnorm(september$SO2)
qqline(september$SO2)
shapiro.test(september$SO2)

qqnorm(september$NO2)
qqline(september$NO2)
shapiro.test(september$NO2)

september.SO2<-data.frame(x,y,SO2,NO2)
september.SO2 <- cbind(september.SO2)
str(september.SO2)

# save data.frame
write.table(september.SO2,"test.txt",row.names=F,col.names=F)
print(september.SO2)
str(september.SO2)

summary(september$SO2); sd(september$SO2)
summary(september.SO2$NO2); sd(september.SO2$NO2)

# save data.frame
september.grid<-data.frame(x,y,SO2,NO2)
write.table(september.grid,"test.txt",row.names=F,col.names=F)
print(september.grid)
str(september.grid)

library(gstat)
library(sp)
library(rgdal)
library(maptools)

class (september)
coordinates(september)<- ~ x + y
```



## Lanjutan Lampiran 16 (1)

```
# alternate command format: coordinates(september) <- c("x", "y")
coordinates(september.SO2) <- ~ x + y
coordinates(september.grid) <- ~ x + y
class(september)
summary(september.SO2)
str(as.data.frame(september))

pr<-readShapePoly("jakarta_banten.shp")
pr.reg<-spsample(pr,100000,type="regular")
pr.grid<-SpatialPixels(pr.reg)

xyplot(y ~ x, as.data.frame(september), asp="iso",
       panel = function(x, ...) {
         panel.points(coordinates(september),
                      cex=0.01*(september$SO2 - 0.01),
                      pch=100, col="blue");
         panel.points(coordinates(september.SO2),
                      cex=0.01*(september.SO2$SO2 - 0.01),
                      pch=20, col="red");
         panel.grid(h=-1, v=-1, col="darkgrey")
       })

#Linear
# variogram cloud
v.SO2.c <- variogram(SO2 ~ 1, data=september.SO2, cloud=T)
# experimental variogram
v.SO2 <- variogram(SO2 ~ 1, data=september.SO2, width=200)
plot(v.SO2, pl=T)
# estimate variogram model form and parameters by eye
m.SO2.Lin <- vgm(52.88,"Lin",14360.38,12.63013)
plot(v.SO2, pl=T, model=m.SO2.Lin)
# fit model parameters by weighted least-squares
(m.SO2.Lin.f <- fit.variogram(v.SO2, m.SO2.Lin))
plot(v.SO2, pl=T, model=m.SO2.Lin.f)
rm(v.SO2.c)

ok.Lin <- krige(SO2 ~ 1, september, pr.grid, m.SO2.Lin.f)
color.pal <- colorRampPalette(c("dark red","orange","light yellow"))
color.palr <- colorRampPalette(c("light yellow","orange","dark red"))
spplot(ok.Lin["var1.pred"], col.regions=color.pal)
spplot(ok.Lin["var1.var"], col.regions=color.palr)

#spherical
# variogram cloud
v.SO2.c <- variogram(SO2 ~ 1, data=september.SO2, cloud=T)
# experimental variogram
v.SO2 <- variogram(SO2 ~ 1, data=september.SO2, width=200)
plot(v.SO2, pl=T)
# estimate variogram model form and parameters by eye
m.SO2.Sph <- vgm(42.98,"Sph",2740,0.1)
plot(v.SO2, pl=T, model=m.SO2.Sph)
# fit model parameters by weighted least-squares
(m.SO2.Sph.f <- fit.variogram(v.SO2, m.SO2.Sph))
plot(v.SO2, pl=T, model=m.SO2.Sph.f)
rm(v.SO2.c)

ok.Sph <- krige(SO2 ~ 1, september, pr.grid, m.SO2.Sph.f)
color.pal <- colorRampPalette(c("dark red","orange","light yellow"))
color.palr <- colorRampPalette(c("light yellow","orange","dark red"))
spplot(ok.Sph["var1.pred"], col.regions=color.pal)
spplot(ok.Sph["var1.var"], col.regions=color.palr)

#exponential
# variogram cloud
v.SO2.c <- variogram(SO2 ~ 1, data=september.SO2, cloud=T)
# experimental variogram
v.SO2 <- variogram(SO2 ~ 1, data=september.SO2, width=200)
plot(v.SO2, pl=T)
# estimate variogram model form and parameters by eye
m.SO2.Exp <- vgm(70,"Exp",11420,9)
plot(v.SO2, pl=T, model=m.SO2.Exp)
# fit model parameters by weighted least-squares
(m.SO2.Exp.f <- fit.variogram(v.SO2, m.SO2.Exp))
plot(v.SO2, pl=T, model=m.SO2.Exp.f)
rm(v.SO2.c)

ok.Exp <- krige(SO2 ~ 1, september, pr.grid, m.SO2.Exp.f)
color.pal <- colorRampPalette(c("dark red","orange","light yellow"))
color.palr <- colorRampPalette(c("light yellow","orange","dark red"))
```

## Lanjutan Lampiran 16 (2)

```
spplot(ok.Exp["var1.pred"], col.regions=color.pal)
spplot(ok.Exp["var1.var"], col.regions=color.palr)

#gaussian
# variogram cloud
v.SO2.c <- variogram(SO2 ~ 1, data=september.SO2, cloud=T)
# experimental variogram
v.SO2 <- variogram(SO2 ~ 1, data=september.SO2, width=200)
plot(v.SO2, pl=T)
# estimate variogram model form and parameters by eye
m.SO2.Gau <- vgm(50.59,"Gau", 9320,17.1)
plot(v.SO2, pl=T, model=m.SO2.Gau)
# fit model parameters by weighted least-squares
(m.SO2.Gau.f <- fit.variogram(v.SO2, m.SO2.Gau))
plot(v.SO2, pl=T, model=m.SO2.Gau.f)
rm(v.SO2.c)

ok.Gau <- krige(SO2 ~ 1, september, pr.grid, m.SO2.Gau.f)
color.pal <- colorRampPalette(c("dark red","orange","light yellow"))
color.palr <- colorRampPalette(c("light yellow","orange","dark red"))
spplot(ok.Gau["var1.pred"], col.regions=color.pal)
spplot(ok.Gau["var1.var"], col.regions=color.palr)

#Pemodelan variabel sekunder
attach (as.data.frame(september.SO2))

xyplot(SO2 ~ NO2, pch=20, cex=1.2,
col="blue", ylab="SO2", xlab="NO2")
cor(NO2, SO2)
sum(is.na(NO2))
cor(NO2, SO2, use = "complete")

# all valid covariable observations, with coordinates
september.co <- subset(as.data.frame(september), !is.na(NO2), c(x, y, NO2))
str (september.co)

# convert to spatial object
coordinates(september.co) <- ~ x + y

#Linear
# variogram cloud
v.NO2.c <- variogram(NO2 ~ 1, data=september.co, cloud=T)
# experimental variogram
v.NO2 <- variogram(NO2 ~ 1, data=september.co, width=200)
plot(v.NO2, pl=T)
# model by eye
m.NO2.Lin <- vgm(0,"Lin",14360.38,460.36472)
plot(v.NO2, pl=T, model=m.NO2.Lin)
# fit model parameters by weighted least-squares
(m.NO2.Lin.f <- fit.variogram(v.NO2, m.NO2.Lin))
plot(v.NO2, pl=T, model=m.NO2.Lin.f)
rm(v.NO2.c)

# compare variogram structure to target variable
m.NO2.Lin.f$range[2]; m.SO2.Lin.f$range[2]
round(m.NO2.Lin.f$psill [1]/sum(m.NO2.Lin.f$psill),2)
round(m.SO2.Lin.f$psill [1]/sum(m.SO2.Lin.f$psill),2)

#Spherical
# variogram cloud
v.NO2.c <- variogram(NO2 ~ 1, data=september.co, cloud=T)
# experimental variogram
v.NO2 <- variogram(NO2 ~ 1, data=september.co, width=200)
plot(v.NO2, pl=T)
# model by eye
m.NO2.Sph <- vgm(248.50,"Sph",1860,211.9)
plot(v.NO2, pl=T, model=m.NO2.Sph)
# fit model parameters by weighted least-squares
(m.NO2.Sph.f <- fit.variogram(v.NO2, m.NO2.Sph))
plot(v.NO2, pl=T, model=m.NO2.Sph.f)
rm(v.NO2.c)

# compare variogram structure to target variable
m.NO2.Sph.f$range[2]; m.SO2.Sph.f$range[2]
round(m.NO2.Sph.f$psill [1]/sum(m.NO2.Sph.f$psill),2)
round(m.SO2.Sph.f$psill [1]/sum(m.SO2.Sph.f$psill),2)
```

## Lanjutan Lampiran 16 (3)

```
#Exponential
# variogram cloud
v.NO2.c <- variogram(NO2 ~ 1, data=september.co, cloud=T)
# experimental variogram
v.NO2 <- variogram(NO2 ~ 1, data=september.co, width=200)
plot(v.NO2, pl=T)
# model by eye
m.NO2.Exp <- vgm(280.20,"Exp",50,180.2)
plot(v.NO2, pl=T, model=m.NO2.Exp)
# fit model parameters by weighted least-squares
(m.NO2.Exp.f <- fit.variogram(v.NO2, m.NO2.Exp))
plot(v.NO2, pl=T, model=m.NO2.Exp.f)
rm(v.NO2.c)

# compare variogram structure to target variable
m.NO2.Exp.f$range[2]; m.SO2.Exp.f$range[2]
round(m.NO2.Exp.f$psill [1]/sum(m.NO2.Exp.f$psill),2)
round(m.SO2.Exp.f$psill [1]/sum(m.SO2.Exp.f$psill),2)

#Gaussian
# variogram cloud
v.NO2.c <- variogram(NO2 ~ 1, data=september.co, cloud=T)
# experimental variogram
v.NO2 <- variogram(NO2 ~ 1, data=september.co, width=200)
plot(v.NO2, pl=T)
# model by eye
m.NO2.Gau <- vgm(247.9,"Gau",310,212.5)
plot(v.NO2, pl=T, model=m.NO2.Gau)
# fit model parameters by weighted least-squares
(m.NO2.Gau.f <- fit.variogram(v.NO2, m.NO2.Gau))
plot(v.NO2, pl=T, model=m.NO2.Gau.f)
rm(v.NO2.c)

# compare variogram structure to target variable
m.NO2.Gau.f$range[2]; m.SO2.Gau.f$range[2]
round(m.NO2.Gau.f$psill [1]/sum(m.NO2.Gau.f$psill),2)
round(m.SO2.Gau.f$psill [1]/sum(m.SO2.Gau.f$psill),2)

(ck.g <- gstat(NULL, id = "SO2", form = SO2 ~ 1, data=september.SO2))
(ck.g <- gstat(ck.g, id = "NO2", form = NO2 ~ 1, data=september.co))

#Linear
ck.v <- variogram(ck.g)
ck.vf.Lin <- fit.lmc(ck.v, ck.g, vgm(80.63,"Lin",14360.38,3.20841))
ck.Lin <- predict(ck.vf.Lin, pr.grid)
plot(ck.v,pl=T, model=ck.vf.Lin)
spplot(ck.Lin["SO2.pred"], col.regions=color.pal)
spplot(ck.Lin["SO2.pred"], col.regions=color.palr)

out = gstat.cv(ck.vf.Lin, nmax = 4, nfold = 5)
summary(out)

out = gstat.cv(ck.vf.Lin, nmax = 4, nfold = c(rep(1,10), rep(2,4)))
summary(out)

# mean error (ME), ideally 0:
mean(out$residual)
# MSPE, ideally small
mean(out$residual^2)
# RMSP
sqrt(mean(out$residual^2))
# Mean square normalized error (MSNE), ideally close to 1
mean(out$zscore^2)
# correlation observed and predicted, ideally 1
cor(out$observed, out$observed - out$residual)
# correlation predicted and residual, ideally 0
cor(out$observed - out$residual, out$residual)
# RSS
sum(out$residual^2)

#Spherical
ck.v <- variogram(ck.g)
ck.vf.Sph <- fit.lmc(ck.v, ck.g, vgm(69.2,"Sph",12860,0.1))
ck.vf.Sph$set <- list(noccheck=1)
ck.Sph <- predict(ck.vf.Sph, pr.grid)
plot(ck.v,pl=T, model=ck.vf.Sph)
spplot(ck.Sph["SO2.pred"], col.regions=color.pal)
spplot(ck.Sph["SO2.pred"], col.regions=color.palr)
```

## Lanjutan Lampiran 16 (4)

```
out = gstat.cv(ck.vf.Sph, nmax = 4, nfold = 5)
summary(out)

out = gstat.cv(ck.vf.Sph, nmax = 4, nfold = c(rep(1,10), rep(2,4)))
summary(out)

# mean error (ME), ideally 0:
mean(out$residual)
# MSPE, ideally small
mean(out$residual^2)
# RMSP
sqrt(mean(out$residual^2))
# Mean square normalized error (MSNE), ideally close to 1
mean(out$zscore^2)
# correlation observed and predicted, ideally 1
cor(out$observed, out$observed - out$residual)
# correlation predicted and residual, ideally 0
cor(out$observed - out$residual, out$residual)
# RSS
sum(out$residual^2)

#Exponential
ck.v <- variogram(ck.g)
ck.vf.Exp <- fit.lmc(ck.v, ck.g, vgm(106.80,"Exp",11800,0.1))
ck.vf.Exp$set <-list (nocheck=1)
ck.Exp <- predict(ck.vf.Exp, pr.grid)
plot(ck.v,pl=T, model=ck.vf.Exp)
spplot(ck.Exp["SO2.pred"], col.regions=color.pal)
spplot(ck.Exp["SO2.pred"], col.regions=color.palr)

out = gstat.cv(ck.vf.Exp, nmax = 4, nfold = 5)
summary(out)

out = gstat.cv(ck.vf.Exp, nmax = 4, nfold = c(rep(1,10), rep(2,4)))
summary(out)

# mean error (ME), ideally 0:
mean(out$residual)
# MSPE, ideally small
mean(out$residual^2)
# RMSP
sqrt(mean(out$residual^2))
# Mean square normalized error (MSNE), ideally close to 1
mean(out$zscore^2)
# correlation observed and predicted, ideally 1
cor(out$observed, out$observed - out$residual)
# correlation predicted and residual, ideally 0
cor(out$observed - out$residual, out$residual)
# RSS
sum(out$residual^2)

#Gaussian
ck.v <- variogram(ck.g)
ck.vf.Gau <- fit.lmc(ck.v, ck.g, vgm(73.6,"Gau",6540,0.1))
ck.vf.Gau$set <-list (nocheck=1)
ck.Gau <- predict(ck.vf.Gau, pr.grid)
plot(ck.v,pl=T, model=ck.vf.Gau)
spplot(ck.Gau["SO2.pred"], col.regions=color.pal)
spplot(ck.Gau["SO2.pred"], col.regions=color.palr)

out = gstat.cv(ck.vf.Gau, nmax = 4, nfold = 5)
summary(out)

out = gstat.cv(ck.vf.Gau, nmax = 4, nfold = c(rep(1,10), rep(2,4)))
summary(out)

# mean error (ME), ideally 0:
mean(out$residual)
# MSPE, ideally small
mean(out$residual^2)
# RMSP
sqrt(mean(out$residual^2))
# Mean square normalized error (MSNE), ideally close to 1
mean(out$zscore^2)
# correlation observed and predicted, ideally 1
cor(out$observed, out$observed - out$residual)
# correlation predicted and residual, ideally 0
cor(out$observed - out$residual, out$residual)
# RSS
sum(out$residual^2)
```

## DAFTAR PUSTAKA

- Aboufirassi, M., and Marino, M. A., (1984), "Cokriging of Aquifer Transmissivities From Field Measurements of Transmissivity and Specific Capacity", *Math. Geol.* Vol.16, No.1, hal.19-35.
- Ahad, N.A., Yin, S.T., Othman, A.R., dan Yaacob, C.R., (2011), Sensitivity of Normality Test to Non-normal Data, *Sains Malaysiana*, Vol. 40, No.6, hal.637-641.
- Aji, B.S., (2006), Pemetaan Penyebaran Polutan Sebagai Bahan Pertimbangan Pembangunan Ruang Terbuka Hijau (RTH) di Kota Cilegon, Skripsi, Institut Pertanian Bogor, Bogor.
- Alemi, M. H., Shahriari, M. R., and Nielsen, D. R., (1988), "Kriging and Cokriging of Soil Water Properties", *Soil Technology*, Vol.1, No.2, hal.117-132.
- Alfiana, A.N., (2010), *Metode Ordinary Kriging pada Geostatistika*, Skripsi, Fakultas MIPA, Universitas Negeri Yogyakarta, D.I. Yogyakarta.
- Amstrong, M., (1998), *Basic Linear Geostatistics*, Springer, Berlin.
- Andayani, N., (2002), *Analisis Polutan Karbon Monoksida (CO) dengan Menggunakan Metode Statistik untuk Data Spatial*, Skripsi, Institut Teknologi Sepuluh November, Surabaya.
- Anderson, S., (2001). "An Evaluation of Spatial Interpolation Methods on Air Temperature in Phoenix, AZ". <http://www.cobblestoneconcepts.com/ucgis2summer/anderson/anderson.htm>. Diakses tanggal 21 Agustus 2014.
- Anwar, S., 2005, *Distribusi Spasial dan Temporal SO<sub>2</sub> dan NO<sub>2</sub> DKI Jakarta*, Skripsi, Fakultas MIPA, Departemen Geofisika dan Meteorologi, Institut Pertanian Bogor.
- Asiati S., and Rukmi H., (2009), *Analysis Aerosol Over Indonesia* (cleanairinitiative.org diakses tanggal 19 Agustus 2014).
- Asri,D.U. Hidayat,B. (2005) Current Transportation Issues in Jakarta and Its Impact on Environment, *Proceedings of the Eastern Asia Society for Transportation Studies*, Vol. 5, pp. 1792 – 1798.
- Bishop, A., (2011), *Air Pollution Increaces Floods and Droughts, Study Show*. (www.earthtimes.org diakses tanggal 19 Agustus 2014).
- BMKG, (2012), Analisis Musim Kemarau 2011 dan Prakiraan Musim Hujan 2012/2013 Provinsi Baanten dan DKI Jakarta, BMKG, Tangerang.
- BMKG, (2013), Analisis Musim Kemarau 2013 dan Prakiraan Musim Hujan 2013/2014 Provinsi Baanten dan DKI Jakarta, BMKG, Tangerang.

- Bohling, G. (2005), *Kriging*, Lecture handout : Geological Survey, University of Kansas, Kansas ([people.ku.edu/~gbohling/cpe940](http://people.ku.edu/~gbohling/cpe940), diakses tanggal 23 Juli 2014).
- BPLHD Provinsi DKI Jakarta, (2013), Status Lingkungan Hidup Daerah Provinsi DKI Jakarta Tahun 2012, BPLHD Provinsi DKI Jakarta.
- BPS Provinsi DKI Jakarta, (2013), Jakarta Dalam Angka 2013, BPS Provinsi DKI Jakarta.
- Budiharjo, E., (1991), Pencemaran Udara, Widyapura, No. 5, hal.32-34.
- Cambardella, C. A., Moorman, T. B., Novak, J. M., Parkin, T. B., Turco, R. F. & Konopka, A. E. (1994), Field-scale variability of soil properties in central Iowa soils. *Soil Science Society of American Journal*, 58: 1501-1511.
- Cressie, N., (1991), *Statistics for Spatial Data*, Wiley, New York.
- Cressie, N., (1993), *Statistics for Spatial Data*, revised edition, Wiley, New York.
- Deutsch, C.V., (2002), *Geostatistical Reservoir Modeling*, Oxford University Press, New York.
- Dimulyo. S., (2009), “Penggunaan Geographically Weighted Regression-Kriging untuk Klasifikasi Desa Tertinggal”, Prosiding Seminar Nasional Aplikasi Teknologi Informasi 2009 (SNATI 2009), Universitas Islam Indonesia, D.I. Yogyakarta, hal. D71-D77.
- Dutter, R., (2013), Computation of A Simple Variogram, ([http://www.statistik.tuwien.ac.at/public/dutt/vorles/geost\\_03/node52.html](http://www.statistik.tuwien.ac.at/public/dutt/vorles/geost_03/node52.html) diakses tanggal 18 September).
- Eldeiry A., and Gracia, L.A., (2009), “Comparison of Regression Kriging and Cokriging Techniques to Estimate Soil Salinity Using Landsat Images”, *Proceeding of Hydrology Days 2009*, Colorado State University, Colorado, hal. 27-37.
- Graham, J., (2014), *Cross-Covariance Function, Correlogram, Variogram*, Lecture handout : Spatial Statistic, University of Montana, Montana (<http://www.math.umt.edu/graham/stat544/crossvar.pdf> diakses tanggal 23 September 2014).
- Han, Z.H., Zimmermann, R., and Görtz S., (2010), “A New Cokriging Method for Variable-Fidelity Surrogate Modeling of Aerodynamic Data”, *48<sup>th</sup> American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA) Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, 4-7 January 2010, Orlando, Florida.
- Hardin, M., and Kahn R., (2010), *Aerosols and Climate Change : Nasa Earth Observation* ([www.agriculturedefensecoalition.org](http://www.agriculturedefensecoalition.org) diakses tanggal 19 Agustus 2014).
- Hogg, R.V. dan Craig, A.T., (1995), Introduction to Mathematical Statistics, 5<sup>th</sup> Edition, Prentice-Hall, Inc.

- Horálek J., Denby B., Smet P., Leeuw F., Kurfüst P., Swart R., and Noijs T., (2007), Spatial Mapping of Air Quality for European Scale Assessment, ETC/ACC Technical Paper.
- Isaaks, H.E. dan Srivastava, R.M., (1989), *Applied Geostatistics*. New York: Oxford university Press.
- Jaya, A.J., (2002), *Pendugaan Spasial Sebaran Ketinggian Model Interpolasi Ordinary Kriging untuk Mendapatkan Sebaran Kontinu Suhu Permukaan*, Skripsi, Institut Pertanian Bogor, Bogor.
- Journel, A. G., and Huijbregts, J. C., (1978), *Mining Geostatistics*, Academic Press, New York.
- Kementerian Kehutanan, (2012), 33 Provinsi Profil Kehutanan, Kementerian Kehutanan Jakarta.
- Kementeriaan Lingkungan Hidup, (2013), Indeks Kualitas Lingkungan Hidup Indonesia Tahun 2012, Kementerian Lingkungan Hidup Jakarta.
- Krajewski, W.F., (1987), "Cokriging of Radar-Rainfall and Rain Gage Data", *Journal of Geophysical Research-Atmospheres*, Vol.92, No.D8, hal.9571-9580.
- Larassati, S., (2007), Metode Penaksiran Ordinary Cokriging, Skripsi, Fakultas MIPA, Departemen Matematika, Universitas Indonesia, Jakarta.
- LeMay, N.E., (1995), *Variogram Modeling and Estimation*, Thesis Master of Science Applied Mathematics, University of Colorado, Denver.
- Li, Z., Q. Zhu, and C.Gold, 2005. Digital Terrain Modelling, Principles and Methodology, CRC Press. Boca Raton.
- Lloyd, C.D and Atkinson, P.M., (2001). *Assesing Uncertainty in Estimates with Ordinary and Indicator Kriging*. School of Geography The Queen's University of Belfast. Northern Ireland, UK.
- Malvić, T., Barišić, M., and Futivić, I., (2009), "Cokriging Geostatistical Mapping and Importance of Quality of Seismic Attributes", *Nafta*, Vol.60, hal.259-264.
- Matheron, G., (1971), *The Theory of Regionalized Variabels and Its Applications*, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, Paris.
- Matkan A.A., Shakiba A.R., Purali S.H., dan Baharloo I., (2009), Determination of Spatial Variation of CO and PM10 Air Pollutans, Using GIS Techniques (Case Study : Teheran, Iran), *Journal of Remote Sensing and GIS*, Vol.1, No. 1, hal 57-72.
- Memarsadeghi, N., (2004), *Cokriging Interpolation*, Masters degree, Computer Science Department of University of Maryland, Maryland.

- Mochtar, M.Z., & Hino, Y. (2006) "Principal Issues to Improve the Urban Transport Problems in Jakarta". Mem. Fac. Eng., Osaka City Univ., Vol. 47, 31-38.
- Myers, D. E., (1982), "Matrix Formulation of Cokriging": *Mathematical Geology*, Vol. 14, No. 3, hal. 249-257.
- Nursaid, N., (2002), *Pendugaan dengan Dua Kondisi Ketakbiasan pada Teknik Cokriging*, Skripsi, Institut Pertanian Bogor, Bogor.
- Olea, R. A., (1975), Optimum Mapping Techniques using Regionalized Variabel Theory. Empresa Nacional del Petroleo, Santiago, Chile.
- Omre, H., (1984), *Introduction To Geostatistical Theory and Examples of Practical Applications*, Norwegian Computing Center, Norway.
- Pang, S., Li, T., Wang, Y., Yu, H., and Li X., (2009), "Spatial Interpolation and Sample Size Optimization for Soil Copper (Cu) Investigation in Cropland Soil at Country Scale Using Cokriging", *Agricultural Science in China*, Vol. 8, N0. 11, hal. 1369-1377.
- Primatika R.A., (2011), *Pengaruh Arah Sirkular terhadap Laju Deformasi dan Pendugaan Laju Deformasi dengan Metode Kriging (Circular Kriging)*, Tesis, Pascasarjana Institut Pertanian Bogor, Bogor.
- Rachmawati, D., (2009), *Pendugaan Kadar NO<sub>2</sub> dengan Metode Ordinary Kriging dan Cokriging (Studi Kasus : Pencemaran Udara di Kota Bogor)*, Skripsi, Institut Pertanian Bogor, Bogor.
- Risalah, N., (2011), *Keterkaitan Polutan Udara dan Suhu Permukaan Daratan Serta Distribusinya di DKI Jakarta*, Skripsi, Universitas Indonesia, Jakarta.
- Robinson, T.P., and Metternicht, G., (2006), Testing The Performance of Spatial Interpolation Techniques for Mapping Soil Properties, *Computers and Electronics in Agriculture*, Vol. 50, hal. 97-108.
- Rossiter, D.G., (2007), "*Technical Note : Cokriging with Gstat Package of The Environment for Statistical Computing*", International Institute for Geoinformation Science and Earth Observation (ITC), Belanda.
- Rucker, D., (2010), "Moisture Estimation within A Mine Heap: An Application of Cokriging with Assay Data and Electrical Resistivity, *Geophysics*, Vol. 75, No.1 (January-February 2010).
- Ruzi, F., (2008), *Pemodelan dan Karakteristik Reservoir Batupasir 1950' dan 2110' Formasi Bekasap Menggunakan Metode Geostatistika di Lapangan Rahma dan Nala, Cekungan Sumatera Tengah*, Tesis, Fakultas MIPA, Departemen Fisika, Universitas Indonesia, Jakarta.



- Saby, N., Arrouays, D., Boulonne, L., Jolivet, C. and Pochot, A. (2006), Geostatistical assessment of Pb in soil around Paris, France. *Science of the Total Environment*, 367: 212-221.
- Saifudin, T., Ana, E., Chamidah, N., dan Khalmah, B.G., (2013), “Pendugaan Curah Hujan, Kelembaban dan Suhu di Surabaya Berdasarkan Metode Ordinary Kriging”, *Prosiding Seminar Nasional Statistika 15 Juni 2013: Statistika dalam Manajemen Kebencanaan*, Universitas Islam Indonesia, D.I. Yogyakarta, hal. 189-194.
- Sastrawijaya, T., (1991), *Pencemaran Lingkungan*, PT. Rineka Cipta, Jakarta.
- Saufitra, I., (2006), *Perbandingan Tingkat Akurasi antara Ordinary Kriging Partition Menggunakan Teknik Jackknife*. Skripsi, Institut Pertanian Bogor, Bogor.
- Setyadi, B., (2005), *Statistik Spasial*, Institut Teknologi Bandung, Bandung (<http://geodesy.gd.itb.ac.id/bsetyadjipage>, diakses tanggal 25 Agustus, 2014).
- Sing, V., Carnevale C., Finzi, G., Pisoni, E., and Volta, M., (2011), “A Cokriging based approach to reconstruct air pollution maps, processing measurement station concentrations and deterministic model simulation”, *Journal of Environmental Modelling and Software*, Vol. 26, hal. 778-789.
- Suryanto, D.A., (2012). “Analisis Tingkat Polusi Udara terhadap Pengaruh Pertumbuhan Kendaraan Studi Kasus DKI Jakarta”, *UG Jurnal*. Vol. 6, No.12 ([ejournal.gunadarma.ac.id](http://ejournal.gunadarma.ac.id), diakses tanggal 19 September 2014).
- Vieira, S.R., Hatfield, D.J.L., Nielsen, D.R., Biggar, J.W., (1983), “Geostatistical Theory and Application to Variability of Some Agronomical Properties”. *Hilgardia*, Vol.51, hal.1-75.
- Wackernagel, H., (1994), Cokriging Versus Kriging in Regionalized Multivariate Data Analysis, *Geoderma*, Vol.62, hal.83-92.
- Wackernagel, H., (1995), *Multivariate Geostatistics : An Introduction with Applications*, Springer, New York.
- Winarso, K., (2013), “Pemodelan Indeks Standar Pencemar Udara (ISPU) Dengan Pendekatan Mixed Geographically Weighted Regression”, *Prosiding Seminar Nasional Industri Madura (SNIRA)*, Universitas Trunojoyo Madura, Madura ([snira-utm.com](http://snira-utm.com) diakses tanggal 19 September 2014).
- Wu, C., and Murray, A.T., (2005), “A Cokriging Method for Estimating Population Density in Urban Areas”, *Computer, Environment, and Urban System*, Vol. 29, hal.558-579.
- Yalçın, E., (2005), “Cokriging and Its Effect on The Estimation Precision”, *The Journal of The South African Institute of Mining and Metallurgy*, Vol. 106, hal.223-228.

- Yeung, H.Y., Man C., Chan S.T., and Seed A., (2011), “Application of Radar-Raingauge CoKriging to Improve QPE and Quality Control of Real-time Rainfall Data”, *Proceedings of International Symposium on Weather Radar and Hydrology*, Exeter, U.K., IAHS Publ. 3XX, 2011.
- Zimmerman, D., and Stein M., (2010), *Handbook of Spatial Statistics : Part II. Continuous Spatial Variation – Classical Geostatistic Methods*, Chapman & Hall /CRC Press, United States of America.
- Zimmerman, D., (2013), *Spatial and Environmental Statistics*, Lecture handout : Departement of Statistics and Actuarial Science, The University of Iowa, Iowa (<http://homepage.stat.uiowa.edu/~dzimmer/spatialstats/167notes.pdf> diakses pada tanggal 5 Agustus 2014).

## BIOGRAFI PENULIS



Penulis dilahirkan di Gresik pada tanggal 27 Juni 1982 dengan nama lengkap Devy Setiyowati dan merupakan anak kedua dari pasangan Subiyanto dan Jatmi. Penulis menempuh jenjang pendidikan formal di SDN Cerme Kidul I (1988-1994), SMPN 1 Cerme (1994-1997), SMAN 1 Gresik (1997-2000). dan S1 Jurusan Statistika Universitas Brawijaya, Malang (2000-2004). Tahun 2009 sampai dengan sekarang penulis bekerja sebagai staf Subdirektorat Statistik Lingkungan Hidup,

Direktorat Ketahanan Sosial, BPS-RI, Jakarta. Penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun bagi kebaikan di masa mendatang. Bila ingin berdiskusi tentang topik penelitian dalam tesis ini dapat menghubungi penulis melalui email: [devys27@gmail.com](mailto:devys27@gmail.com).